ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18
Quarto appello del 9/7/2018

---

1. Determinare il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^{-2}}{1+n^{-\alpha}}$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ motivando la risposta.

2. Calcolare dominio e somma della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n-1} x^{2n+1}$

3. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la successione di funzioni $f_n(x) = n^{\alpha}\sqrt{\dfrac{x}{n^2x^2+2}}$ converge uniformemente in $(0, +\infty)$.

4. Trovare i punti di massimo e minimo di $f(x, y) = x^2 + y^4$ su $\{(x, y) : x^2 - y^3 = 0\}$ usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.

5. Sia γ una curva che parametrizza il segmento di estremi $(1, 1)$ e $(3, -1)$. Calcolare l'integrale di prima specie $\displaystyle\int_{\gamma} \frac{x-2}{1+y^2}\, ds$.

6. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'insieme $\Big\{(x, y) : (xy-1)(x^2+y^2-\alpha) = 0\Big\}$ definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

7. Dire se la forma differenziale $\omega = (yz - x)dx + (xz - 2y)dy + xy\, dz$ è esatta, e in caso positivo trovarne il potenziale f tale che $f(0, 0, 0) = 3$.

8. Scrivere la retta tangente all'insieme $\{(x, y) : (1 + \tan x)^{2y+1} + (1 + \arctan y)^{3x-1} = 2\}$ nel punto $x = y = 0$.

9. Calcolare il volume dell'insieme $D = \{(x, y, z) :\ x^2 + y^2 \leq |z|,\ z^2 + z \leq 2\}$.

10. Sia $\Sigma = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = z,\ z \leq 1 - 2x - 2y\}$ orientata con la normale che punta nella direzione delle z positive. Calcolare il flusso del rotore di $(-y, z, x)$ attraverso Σ.