

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2016-17
Sesto appello del 13/2/2018

1. Classificare i punti di singolarità di $f(z) = \frac{\sin z}{e^{iz} - e^{-2iz}}$.
2. Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \frac{1}{y+3} dx$ esteso all'ellisse $4x^2 + y^2 = 4$ utilizzando i residui.
3. Calcolare la trasformata di Laplace di $\int_0^x t e^{-3x+2t} \sin t dt$
4. Trovare la soluzione y dell'equazione integro-differenziale $\int_0^x y'(t) \sqrt{x-t} dt = x^2$ che soddisfa $y(0) = 0$ usando la trasformata di Laplace, e verificare il risultato.
5. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di $f_n = \delta_n + (n + \sin n)\chi_{(-\frac{1}{n}, \frac{2}{n})}$ per $n \rightarrow +\infty$.
6. Calcolare la distanza di $x(t) = t + e^{2it}$ dal sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $\cos t, \cos 2t, \cos 4t$.
7. Dire per quali α la serie di Fourier in $L^2(-1, 1)$ di $f(x) = \int_0^x \frac{t}{(1-t^2)^\alpha} dt$ (estesa per periodicità) converge puntualmente su $\mathbb{R}$.
8. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 3y' + 2 = \delta_1 - \delta_2 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ nel senso delle distribuzioni.
9. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \begin{cases} xe^{-2x} & \text{se } x > 0 \\ xe^x & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$
10. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } |x| \leq 1 \\ x & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$ nel senso delle distribuzioni temperate.