

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2016-17
Quinto appello del 24/1/2018

1. Classificare i punti di singolarità di $f(z) = e^{-\frac{1}{z^2}} \frac{\sin z}{\sin 2z}$.
2. Calcolare l'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 2x}{x^2 - 4ix - 8} dx$ utilizzando i residui.
3. Calcolare la trasformata di Laplace di $f(x) = \max\{-x, x^2 - 2\} e^{-2x}$.
4. Trovare la soluzione y dell'equazione integro-differenziale $\int_0^x e^{-x+2t} y'(t) dt = 1$ che soddisfa $y(0) = 0$ usando la trasformata di Laplace.
5. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di $f_n(x) = \frac{\cos(nx)}{2 + \cos(nx)}$ per $n \rightarrow +\infty$.
6. Calcolare la distanza di $x(t) = \cos t + \sin t \cos 3t$ dal sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $\sin t, \sin 4t, \cos 2t$.
7. Dire per quali α la serie di Fourier in $L^2(-\pi, \pi)$ di $f(x) = \frac{1-2\cos \alpha x}{x^2 - \pi^2}$ (estesa per periodicità) converge puntualmente su \mathbb{R} .
8. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - y = \delta_1 - \delta_2 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ nel senso delle distribuzioni.
9. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione dispari f tale che $f(x) = \min\{0, x-1\}$ per $x > 0$.
10. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } |x| \leq 1 \\ \frac{x}{|x|} & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$ nel senso delle distribuzioni temperate.