

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2016-17
Quarto appello del 19/9/2017

1. Classificare i punti di singolarità di $f(z) = \frac{e^{\frac{i}{z}}}{\sin z}$.
2. Calcolare l'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{3ix} + e^{-2ix}}{x^2 - ix + 6} dx$ utilizzando i residui.
3. Calcolare la trasformata di Laplace di $f(s) = |x^2 - 4| e^{-2x}$.
4. Trovare la soluzione y dell'equazione integro-differenziale $\int_0^x e^{-x+t} y(t) dt - y' = \delta(x-1)$ che soddisfa $y(0) = 0$ usando la trasformata di Laplace.
5. Verificare che la soluzione y dell'esercizio 4 soddisfa l'equazione nel senso delle distribuzioni.
6. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di $f_n(x) = \frac{1}{2 + \sin(nx)}$ per $n \rightarrow +\infty$.
7. Sia V il sottospazio di $L^2(-1, 1)$ generato dalle funzioni t , $t^2 - 1$ e $t^3 + 1$. Trovare una base ortogonale di V .
8. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \frac{1}{(1-x^2)^a}$ appartiene a $L^2(-1, 1)$.
9. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = H(x+1)e^{-|x-1|}$ (H =funzione di Heaviside).
10. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \begin{cases} -x e^{ix} & \text{se } x < 0 \\ x e^{ix} & \text{se } x > 0 \end{cases}$ nel senso delle distribuzioni temperate.