

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2016-17
Primo appello del 27/6/2017

1. Classificare i punti di singolarità di $f(z) = \frac{\sin 2z - \sin z}{(e^{-iz} - 1)^2}$ e calcolarvi i residui.
2. Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \frac{x+1}{y+2} dx$ esteso alla circonferenza di centro $(0, 2)$ e raggio 1 utilizzando i residui.
3. Calcolare l'antitrasformata di Laplace di $F(s) = \frac{e^{-s+1}}{(s^2 - 4)^2}$.
4. Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - y = \delta_3 - \delta_4 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ nel senso delle distribuzioni.
5. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di $f_n(x) = (\max\{\sin nx, 0\})^2$ per $n \rightarrow +\infty$.
6. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $\cos t$, $\cos^2 t$ e $\cos^4 t$. Trovare una base ortogonale di V .
7. Calcolare la proiezione della funzione $x(t) = 3i + 4 \sin^2 t$ sullo spazio V dell'esercizio 6.
8. Sia $a \in \mathbb{R}$ e f definita da $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) + a \arcsin\left(\frac{x}{2}\right)$. Dire per quali valori di a la serie di Fourier di f in $L^2(0, 1)$ converge uniformemente.
9. Sia $f(x) = \begin{cases} -e^x & \text{se } x < 0 \\ e^{-2x} & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$ Calcolare la parte reale della trasformata di Fourier di f .
10. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = x(1 - \chi_{(0,1)})$ nel senso delle distribuzioni temperate. ($\chi_{(0,1)}$ denota la funzione caratteristica di $(0, 1)$)