

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2015-16
Seconda prova intermedia del 13/5/2016

Compito 1

1. Risolvere $\begin{cases} y'' - y' = \delta_1 - H(x-1) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ usando la trasformata di Laplace (H = funzione di Heaviside). Verificare che la soluzione soddisfa l'equazione nel senso delle distribuzioni.
2. Risolvere l'equazione integro-differenziale $3 \int_0^x y'(x-t) \sqrt{t} dt = 2 \int_0^x y(x-t) \sqrt{t^3} dt$ con dato iniziale $y(0) = 4$.
3. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di $f_h(x) = h \sin\left(\frac{2x}{h}\right) \sin^2(hx)$ per $h \rightarrow +\infty$.
4. Calcolare la derivata seconda nel senso delle distribuzioni di $f(x) = \sin|x| \chi_{(-\pi/2, \pi/2)}(x)$.
5. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = 1$, $x_2(t) = \cos t$, $x_3(t) = \cos^2 t$, $x_4(t) = \cos^3 t$. Calcolare la distanza L^2 della funzione $x(t) = \sin^2 t - i \sin t$ da V .

Compito 2

1. Risolvere $\begin{cases} y'' + y' = \delta_1 + H(x-1) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ usando la trasformata di Laplace (H = funzione di Heaviside). Verificare che la soluzione soddisfa l'equazione nel senso delle distribuzioni.
2. Risolvere l'equazione integro-differenziale $3 \int_0^x y'(x-t) \sqrt{t} dt = 2 \int_0^x y(x-t) \sqrt{t^3} dt$ con dato iniziale $y(0) = 2$.
3. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di $f_h(x) = h \sin\left(\frac{x}{h}\right) \sin^2(hx)$ per $h \rightarrow +\infty$.
4. Calcolare la derivata seconda nel senso delle distribuzioni di $f(x) = (|x| - 1)^2 \chi_{(-1,1)}(x)$.
5. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = 1$, $x_2(t) = \cos t$, $x_3(t) = \cos^2 t$, $x_4(t) = \cos^3 t$. Calcolare la distanza L^2 della funzione $x(t) = \sin^2 t - 2i \sin t$ da V .