

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2015-16
Terza prova intermedia del 17/6/2016

Compito 1

1. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = e^{-2|x|} \cos(3x)$.
2. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ nel senso delle distribuzioni temperate.
3. Sia $f_h(x) = \frac{\sin(hx)}{x}$. Calcolare il limite di f_h per $h \rightarrow +\infty$ nel senso delle distribuzioni (ricordare che $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$).
4. Sia f la funzione 2π -periodica che su $(-\pi, \pi)$ vale $f(x) = (\max\{x, 0\})^2$
 - (a) disegnare la funzione f ;
 - (b) calcolare la parte pari f_p e la parte dispari f_d di f ;
 - (c) discutere la convergenza puntuale e uniforme delle serie di Fourier di f_p e f_d , rispettivamente;
 - (d) scrivere la serie di Fourier di f_p e la relativa identità di Parseval;
 - (e) scrivere la somma della serie numerica ottenuta calcolando la serie di Fourier di f in $x = \pi$ usando la convergenza puntuale (notare che non occorre calcolare la serie di Fourier di f_d);

Compito 2

1. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = e^{-3|x|} \cos(2x)$.
2. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 9}$ nel senso delle distribuzioni temperate.
3. Sia $f_h(x) = \frac{\sin(hx)}{x}$. Calcolare il limite di f_h per $h \rightarrow +\infty$ nel senso delle distribuzioni (ricordare che $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$).
4. Sia f la funzione 2π -periodica che su $(-\pi, \pi)$ vale $f(x) = (\min\{x, 0\})^2$
 - (a) disegnare la funzione f ;
 - (b) calcolare la parte pari f_p e la parte dispari f_d di f ;
 - (c) discutere la convergenza puntuale e uniforme delle serie di Fourier di f_p e f_d , rispettivamente;
 - (d) scrivere la serie di Fourier di f_p e la relativa identità di Parseval;
 - (e) scrivere la somma della serie numerica ottenuta calcolando la serie di Fourier di f in $x = \pi$ usando la convergenza puntuale (notare che non occorre calcolare la serie di Fourier di f_d);