

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2015-2016**  
**Sesto appello del 14/2/2017**

---

1. Provare che  $z = 0$  è singolarità essenziale per  $f(z) = \sin\left(\frac{z-1}{z^2}\right)$ .
2. Calcolare la parte reale di  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(4x)}{1-2ix} dx$ .
3. Scrivere la trasformata di Laplace di  $f(x) = e^{|x-1|-x}$ .
4. Trovare la soluzione  $y(x)$  dell'equazione  $y'' + 4y = \delta_2$  con condizioni iniziali  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .
5. Calcolare la derivata seconda nel senso delle distribuzioni della funzione  $y$  ottenuta nell'Esercizio 4.
6. Calcolare il limite di  $f_h(x) = \sin(hx) + \sin^2(hx) + \delta_{h^2}$  per  $h \rightarrow +\infty$  nel senso delle distribuzioni.
7. Calcolare una base ortonormale del sottospazio  $V$  di  $L^2(-\pi, \pi)$  generato da  $x_1(t) = e^{5it}$ ,  $x_2(t) = \sin 4t \cos t$ ,  $x_3(t) = e^{-5it}$ .
8. Calcolare la distanza in  $L^2(-\pi, \pi)$  della funzione  $x(t) = i + \cos 5t$  dallo spazio  $V$  nell'Esercizio 7.
9. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di 
$$f(x) = \frac{x^3 \sin x}{4 + x^2}.$$
10. Discutere convergenza puntuale ed uniforme della serie di Fourier della funzione  $f$  definita su  $(-\pi, \pi)$  da  $f(x) = \frac{\sin(x-\pi)}{x-\pi}$ .