

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2015-2016
Quinto appello del 31/1/2017

1. Provare che $z = 0$ è singolarità essenziale per $f(z) = z^{11} \sin\left(\frac{1}{z^4}\right)$.
2. Calcolare la parte immaginaria di $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(3x)}{1 + 4ix} dx$.
3. Scrivere la trasformata di Laplace di $f(x) = e^x ||x - 2| + x - 2|^2$
4. Trovare la soluzione $y(x)$ dell'equazione $y'' - 4y' + 4y = \delta_1$ con condizioni iniziali $y(0) = y'(0) = 0$
5. Calcolare la derivata seconda nel senso delle distribuzioni della funzione y ottenuta nell'Esercizio 4.
6. Calcolare il limite di $f_h(x) = h \sin\left(\frac{x}{h}\right) \sin(hx)$ per $h \rightarrow +\infty$ nel senso delle distribuzioni.
7. Calcolare una base ortonormale del sottospazio V di $L^2(-\pi, \pi)$ generato da $x_1(t) = \sin 5t$, $x_2(t) = \sin 4t \cos t$, $x_3(t) = i - 2$.
8. Calcolare la distanza in $L^2(-\pi, \pi)$ della funzione $x(t) = i + \cos 2t$ dallo spazio V nell'Esercizio 7.
9. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
$$f(x) = \frac{x^2 \cos x}{1 + x^2}.$$
10. Discutere convergenza puntuale ed uniforme della serie di Fourier della funzione f definita su $(-\pi, \pi)$ da $f(x) = \pi^2 - x^2$.