

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2015-2016**  
**Secondo appello del 4/7/2016**

---

1. Calcolare  $\operatorname{Re} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 - 3ix^2 + 4} dx \right)$ .
2. Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x+1}{2-y} dx$  dove  $\gamma$  è una parametrizzazione in senso antiorario dell'ellisse di equazione  $x^2 + 4y^2 = 4$ .
3. Scrivere la trasformata di Laplace di  $f(x) = e^{-x} \min\{x^2, 2-x\}$
4. Trovare la soluzione  $y(x)$  dell'equazione  $y'' + 2y' + 1 = \delta_2$  con condizioni iniziali  $y(0) = y'(0) = 0$  ( $\delta_2$ =delta di Dirac in 2)
5. Calcolare la derivata seconda nel senso delle distribuzioni della funzione  $y$  ottenuta nell'Esercizio 4.
6. Calcolare il limite di  $f_h(x) = h |\sin(hx) - 1| (\log(h+x^2) - \log h)$  per  $h \rightarrow +\infty$  nel senso delle distribuzioni.
7. Calcolare una base ortonormale del sottospazio  $V$  di  $L^2(-\pi, \pi)$  generato da  $x_1(t) = t$ ,  $x_2(t) = t^2$ ,  $x_3(t) = (i+1) \cos t$ .
8. Calcolare la distanza in  $L^2(-\pi, \pi)$  della funzione  $x(t) = (3-4i)e^{it}$  dallo spazio  $V$  nell'Esercizio 7.
9. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
  - (a)  $f(x) = xH(x)$  ( $H$ =funzione di Heaviside)
  - (b)  $f(x) = |x|$  (usare il punto (a)).
10. Scrivere la serie di Fourier della funzione  $f$  definita su  $(-\pi, \pi)$  da  $f(x) = x^3$  e discuterne la convergenza puntuale.