

**METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2015-2016**  
**Primo appello del 20/6/2016**

COGNOME:

NOME:

---

1. Classificare le singolarità della funzione  $f(z) = \frac{(1 - \cos z)}{z^3 + z} e^{-\frac{1}{(z-i)^2}}$ .
2. Sia  $f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 1 - i}$ . Calcolare  $\int_{\gamma} f(z) dz$  dove  $\gamma$  è una parametrizzazione in senso antiorario della circonferenza di centro 0 e raggio 2.
3. Scrivere la trasformata di Laplace di  $f(x) = x^2 \chi_{(0,1)}(x)$   
( $\chi_{(0,1)}$  denota la funzione caratteristica di  $(0, 1)$ )
4. Trovare la soluzione  $y(x)$  dell'equazione  $y'' + 2y' = xH(x - 2)$  con condizioni iniziali  $y(0) = y'(0) = 0$  ( $H$ =funzione di Heaviside)
5. Calcolare le derivate prime, seconde e terze nel senso delle distribuzioni della funzione  $y$  ottenuta nell'Esercizio 4.
6. Calcolare il limite nel senso delle distribuzioni di  $f_h(x) = |2 \sin(hx) - 1|$  per  $h \rightarrow +\infty$ .
7. Calcolare la distanza in  $L^2(-\pi, \pi)$  della funzione  $x(t) = i \cos t - \sin 3t$  dallo spazio  $V$  generato da  $x_1(t) = \sin 5t$ ,  $x_2(t) = \sin 4t \cos t$ ,  $x_3(t) = i - 2$ .
8. Calcolare la trasformata di Fourier di  $f(x) = \frac{(x^2 + 3) \cos 2x}{x + 1}$  nel senso delle distribuzioni temperate.
9. Calcolare la parte reale della trasformata di Fourier  $\widehat{f}(\omega)$  della funzione  $f$  dell'Esercizio 2 per  $\omega > 0$ .
10. Scrivere la serie di Fourier della parte pari della funzione  $f$  definita su  $(-\pi, \pi)$  da  $f(x) = \min\{\pi x, x^2\}$ .