

Metodi Matematici per l'Ingegneria

7. Esercizi su trasformata di Fourier

(Alcuni (o parte) degli esercizi seguenti sono già stati proposti come esercizi di calcolo in analisi complessa).

1. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^3 - 8i}$.
2. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^3 + i}$.
3. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 4)(x^2 + 2x + 2)}$.
Calcolare la parte dispari di f e la relativa trasformata di Fourier.
4. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + i)(x^2 - 4i)}$.
5. Calcolare la trasformata di Fourier $\hat{f}(\omega)$ di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 4i)(x^2 - i)}$.
6. Sia $f(x) = \frac{\cos t}{1 + t^2}$. Calcolare la trasformata di Fourier $\hat{f}(\omega)$ di f .
(Suggerimento: usare la forma esponenziale per $\cos t$)
7. Sia $f(x) = \frac{\sin t}{i + t^3}$. Calcolare la trasformata di Fourier $\hat{f}(\omega)$ di f . Verificare che $\hat{f} \in L^\infty(\mathbb{R})$
8. Calcolare le trasformate di Fourier (eventualmente, nel senso delle distribuzioni temperate) di $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x^2}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x^2 \cos 3x}{x^2 + 2x + 2}$;
dedurre le trasformate di Fourier della parte pari e della parte dispari di $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$.
9. Calcolare le trasformate di Fourier (eventualmente, nel senso delle distribuzioni temperate) di $\frac{1}{x - i}$; $\sin 3x \sin 2x$; $(x^2 + x + 1)\frac{\sin x}{x}$; $x^2 + 1$; $e^{-2x^2} \sin x$.

10. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{i3x}}{x^2 + ix + 2}.$$

11. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x + i}$$

e la trasformata di Fourier di $x^2 f(x)$ nel senso delle distribuzioni temperate.

12. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 2i}.$$

13. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 2ix + 1}{1 + x^2}$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

14. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = x(1 + \sin 2x)$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

15. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = x^2 e^{ix} \sin x$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

16. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = x e^{-ix} \cos x$ nel senso delle distribuzioni temperate.