

Esercizi

1. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{3^{2n}}.$$

2. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}.$$

3. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

4. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^2 - n^3 \sin \frac{1}{n} \right)^n.$$

5. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\arctan(\sin n))^n.$$

6. Trovare il dominio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^n$$

e determinarne la somma per $x = \frac{1}{4}$.

7. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - (-2)^n}{6^n}.$$

8. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^2 + \log n}{n^a \log(n+1)}}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

9. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(n^4 + n^3) - 4 \log n}{n^a (\log(n! + n^n))^2}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

10. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + 3^n)^2 + 5^n}{(1 + 5^n)^2 + 9^n} \cdot x^n.$$

11. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cdot x^n.$$

12. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2} \cdot x^{4n}.$$

13. Determinare il dominio della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{n+1}{n}} - \sqrt{\frac{n}{n+1}} \right) \cdot x^n.$$

14. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n} \right).$$

15. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 4^{n+1}}.$$

16. Determinare il dominio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 - (-1)^n}{2 + (-1)^n} \cdot x^n.$$

Quanto vale la somma se x appartiene a tale dominio?

17. Determinare il dominio di convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \log\left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdot (1 - |x|)^n.$$