

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Terza prova intermedia del 28/6/2013

COGNOME:

NOME:

Barrare la casella: Esame da 9 crediti

Esame da 5 crediti

Risolvere i seguenti esercizi spiegando brevemente il metodo seguito. Usare se possibile una facciata per esercizio

1. Trovare una base ortogonale del sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = \cos 2t$, $x_2(t) = \cos 3t \cos t$, $x_3(t) = \cos 5t \cos 3t$.
2. Sia V il sottospazio di $L^2(-1, 1)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = t$, $x_2(t) = t^2$ e $x_3(t) = t^3$.
Trovare una base ortogonale di V ;
calcolare la proiezione di $x(t) = 1 - it^4$ su V ;
calcolare la distanza L^2 della funzione $w(t) = i - 1$ da V .
3. Calcolare la serie di Fourier in $L^2(-\pi, \pi)$ di $f(x) = \sin |2x|$ in forma trigonometrica. Discutere la convergenza puntuale e uniforme.
4. Scrivere l'identità di Parseval per la funzione al punto 3. Verificare la convergenza puntuale nel punto $x = \pi/2$.
5. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{i3x}}{x^2 + ix + 2}.$$

6. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 2i}.$$

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Terza prova intermedia del 28/6/2013

COGNOME:

NOME:

Barrare la casella: Esame da 9 crediti

Esame da 5 crediti

Risolvere i seguenti esercizi spiegando brevemente il metodo seguito. Usare se possibile una facciata per esercizio

1. Trovare una base ortogonale del sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = \cos 3t$, $x_2(t) = \cos 4t \cos t$, $x_3(t) = \cos 6t \cos 3t$.
2. Sia V il sottospazio di $L^2(-1, 1)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = t$, $x_2(t) = t^3$ e $x_3(t) = t^4$.
Trovare una base ortogonale di V ;
calcolare la proiezione di $x(t) = 1 - it^2$ su V ;
calcolare la distanza L^2 della funzione $w(t) = i + 1$ da V .
3. Calcolare la serie di Fourier in $L^2(-\pi, \pi)$ di $f(x) = \sin |4x|$ in forma trigonometrica. Discutere la convergenza puntuale e uniforme.
4. Scrivere l'identità di Parseval per la funzione al punto 3. Verificare la convergenza puntuale nel punto $x = \pi/2$.
5. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{-i3x}}{x^2 - ix + 2}.$$

6. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di

$$f(x) = \frac{x^2}{x + 2i}.$$