METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Prima prova intermedia del 23/4/2013 - Parte I: Analisi Complessa

COGNOME: NOME:

---

1. Calcolare $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^2+1}dx$.

2. Trovare le singolarità della seguente funzione e determinarne la loro natura:

$$f(z) = \frac{z^2}{(z^2+1)^2} \sin\left(\frac{\pi}{iz}\right).$$

Calcolarne l'integrale esteso alla circonferenza di centro $2i$ e raggio $3/2$.

3. Calcolare usando il teorema dei residui

$$\int_0^{2\pi} e^{it} \sin t \, dt$$

Parte II - Equazioni differenziali e sistemi

4. Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la soluzione dell'equazione

$$\begin{cases} y' = y^2 x^2 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

è definita in $x = 1$.

5. Dire qual è la dimensione dello spazio lineare delle soluzioni dell'equazione

$$y''' + y = 0$$

che verificano $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0$.

6. Dire per quali valori del parametro α la soluzione $(u(t), v(t))$ del sistema

$$\begin{cases} u' = 3v - u \\ v' = u + v \\ u(0) = \alpha, \ v(0) = 0 \end{cases}$$

soddisfa $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} u(t) = +\infty$.

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Prima prova intermedia del 23/4/2013 - Parte I: Analisi Complessa

COGNOME: NOME:

---

1. Calcolare $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 3x}{x^2+1} dx$.

2. Trovare le singolarità della seguente funzione e determinarne la loro natura:

$$f(z) = \frac{z^3}{(z^2+1)^2} \cos\left(\frac{\pi}{iz}\right).$$

Calcolarne l'integrale esteso alla circonferenza di centro $2i$ e raggio $3/2$.

3. Calcolare usando il teorema dei residui

$$\int_0^{2\pi} e^{it} \cos t \, dt$$

Parte II - Equazioni differenziali e sistemi

4. Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la soluzione dell'equazione

$$\begin{cases} y' = y^2 x^3 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

è definita in $x = 1$.

5. Dire qual è la dimensione dello spazio lineare delle soluzioni dell'equazione

$$y''' + y = 0$$

che verificano $\lim_{x\to-\infty} y(x) = 0$.

6. Dire per quali valori del parametro α la soluzione $(u(t), v(t))$ del sistema

$$\begin{cases} u' = 3v - u \\ v' = u + v \\ u(0) = \alpha, \ v(0) = 0 \end{cases}$$

soddisfa $\lim_{t\to-\infty} v(t) = +\infty$.