METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Terzo appello del 9/9/2013

COGNOME:

NOME:

Barrare la casella: Esame da 9 crediti

Esame da 5 crediti

Risolvere i seguenti esercizi spiegando brevemente il metodo seguito.
Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.

1. (a) Dire se $z = 0$ è un singolarità essenziale per la funzione $f(z) = e^{-\frac{1}{z^2+z^3}}$;
(b) Calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos x}{2 \sin x + 4} dx$$

scrivendolo come un integrale sulla circonferenza e usando il teorema dei residui.

2. Calcolare la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni dell'equazione differenziale $y^{(7)} + y = 0$ per le quali esiste finito il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

3. Calcolare tramite la trasformata di Laplace la soluzione dell'equazione

$$\begin{cases} y'' + 4y = \sin x - 2\delta_\pi \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

e verificare che la funzione $y(x)$ così ottenuta soddisfa l'equazione nel senso delle distribuzioni.

4. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = e^{i4t}$, $x_2(t) = e^{-i4t}$ e $x_3(t) = \cos 3t \cos t$.
(a) Trovare una base ortogonale di V ;
(b) calcolare la distanza L^2 della funzione $w(t) = (3 + 4i) \sin t$ da V .

5. Calcolare la serie di Fourier in $L^2(-\pi, \pi)$ di $f(x) = 2 \cos x \sin |x|$. Scrivere la relativa identità di Parseval.

6. (a) Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = x(1 + \sin 2x)$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

- (b) Calcolare il limite delle funzioni $f_h(x) = h \cos(hx) \chi_{(-\frac{\pi}{2h}, \frac{\pi}{2h})}(x)$ per $h \rightarrow +\infty$ nel senso delle distribuzioni.