METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Secondo appello del 15/7/2013

COGNOME: NOME:

Barrare la casella: □ Esame da 9 crediti □ Esame da 5 crediti

---

Risolvere i seguenti esercizi spiegando brevemente il metodo seguito. Usare se possibile una facciata per esercizio

1. (a) Provare che $z = 0$ è un singolarità essenziale per la funzione $f(z) = e^{-1/z^4}$;
(b) Calcolare l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 3x}{x^2 + 2x + 2}\, dx$$

2. Calcolare la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni dell'equazione differenziale

$$y^{(7)} + y' = 0$$

per le quali esiste finito il limite $\lim\limits_{x \to +\infty} y(x)$.

3. Calcolare tramite la trasformata di Laplace la soluzione dell'equazione

$$\begin{cases} y'' - y = \delta_0 - 2\delta_1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

e verificare che la funzione $y(x)$ così ottenuta soddisfa l'equazione nel senso delle distribuzioni.

4. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = e^{i2t}$, $x_2(t) = e^{-i2t}$ e $x_3(t) = \cos 3t \sin t$.
(a) Trovare una base ortogonale di V;
(b) calcolare la distanza L^2 della funzione $w(t) = 3 + i$ da V.

5. Calcolare la serie di Fourier in $L^2(-\pi, \pi)$ di $f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } x > 0 \\ \cos 2x & \text{se } x < 0. \end{cases}$ Verificarne la convergenza in $x = \pi$.

6. (a) Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 2ix + 1}{1 + x^2}$$

nel senso delle distribuzioni temperate;
(b) Calcolare il limite delle funzioni $f_h(x) = \Big(\min\{h^2 x + h, 2h - h^2 x\}\Big)^+$ per $h \to +\infty$ nel senso delle distribuzioni (si è usata la notazione $t^+ = \max\{t, 0\}$, la *parte positiva* di t).