

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2012-13
Primo appello del 1/7/2013

COGNOME:

NOME:

Barrare la casella: Esame da 9 crediti

Esame da 5 crediti

Risolvere i seguenti esercizi spiegando brevemente il metodo seguito. Usare se possibile una facciata per esercizio

1. Classificare le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{\sin(\pi z) \sin\left(\frac{\pi}{z^2}\right)}{(z-1)^3}.$$

Calcolarne l'integrale sulla circonferenza di centro $2+i$ e raggio 2 orientata positivamente.

2. Dire per quali valori del parametro α esiste finito il limite $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ della soluzione $(u(t), v(t))$ del sistema

$$\begin{cases} u' = u + 2v + 1 \\ v' = 5u - 2v \\ u(0) = 0, v(0) = \alpha. \end{cases}$$

3. (a) Scrivere la trasformata di Laplace di

$$f(x) = x \sin x \cos 3x;$$

(b) risolvere il problema integro-differenziale

$$\begin{cases} u'(x) - \int_0^x (x-t)u(t) dt = x \\ u(0) = -1 \end{cases}$$

4. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = \cos 2t$, $x_2(t) = \cos 4t \cos 2t$ e $x_3(t) = t^3$.

Trovare una base ortogonale di V ; calcolare la distanza L^2 della funzione $w(t) = 3 \cos 3t + (3 + 4i)t$ da V .

5. Calcolare la serie di Fourier in $L^2(-\pi, \pi)$ di $f(x) = \cos(x + |x|)$. Discuterne la convergenza puntuale e uniforme.

6. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x+i}$$

e la trasformata di Fourier di $x^2 f(x)$ nel senso delle distribuzioni temperate.