

Metodi Matematici per l'Ingegneria

8. Esercizi su trasformata di Fourier

(Il calcolo delle trasformate può venir effettuato tramite l'uso del teorema dei residui applicato a opportuni circuiti. Alcuni (o parte) degli esercizi seguenti sono già stati proposti come esercizi di calcolo in analisi complessa).

1. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^3 - 8i}$.
2. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^3 + i}$.
3. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 4)(x^2 + 2x + 2)}$.
Calcolare la parte dispari di f e la relativa trasformata di Fourier.
4. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + i)(x^2 - 4i)}$.
5. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 4i)(x^2 - i)}$.
6. Sia $f(x) = \frac{\cos t}{1 + t^2}$. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ di f .
(Suggerimento: usare la forma esponenziale per $\cos t$)
7. Sia $f(x) = \frac{\sin t}{i + t^3}$. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ di f . Verificare che $\widehat{f} \in L^\infty(\mathbb{R})$
8. Calcolare le trasformate di Fourier (eventualmente, nel senso delle distribuzioni temperate) di
 $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x^2}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x^2 \cos 3x}{x^2 + 2x + 2}$;

dedurre le trasformate di Fourier della parte pari e della parte dispari di $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$.

8. Calcolare le trasformate di Fourier (eventualmente, nel senso delle distribuzioni temperate) di

$$\frac{1}{x-i}; \quad \sin 3x \sin 2x; \quad (x^2 + x + 1) \frac{\sin x}{x}; \quad x^2 + 1; \quad e^{2x^2} \sin x.$$