Metodi Matematici per l'Ingegneria
1. Esercizi su equazioni differenziali ordinarie e sistemi

Intervalli massimali di esistenza

1. Calcolare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di $\begin{cases} y' = y^3 \\ y(0) = \sqrt{3}. \end{cases}$

2. Calcolare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di $\begin{cases} y' = xy(\log y)^3 \\ y(0) = e \end{cases}$

3. Calcolare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di $\begin{cases} y' = xy(\log y)^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

4. Calcolare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di $\begin{cases} y' = (y^2 + 1)x^3 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

5. Calcolare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di $\begin{cases} y' = (y^2 - 1)4x^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

6. Trovare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di $\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases}.$

7. Dire per quali valori y_0 esiste una soluzione di $\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{x} \\ y(1) = y_0 \end{cases}$ definita in $x = 3$.

8. Dire per quali valori y_0 esiste una soluzione di $\begin{cases} y' = y^2 x \\ y(0) = y_0 \end{cases}$ definita in $x = 2$.

9. Dire per quali valori del parametro α la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x^2(y-1)^3 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ è definita in $x = 1$.

10. Dire per quali valori del parametro α la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^3 x^2 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ è definita in $x = 1$.

Sistemi di equazioni differenziali lineari

11. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = v + 1 \\ v' = -2u \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1. \end{cases}$ Disegnare il sostegno della curva $\gamma(t) = (u(t), v(t))$.

12. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = -v + 2e^{2t} \\ v' = -u + e^{2t} \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1 \end{cases}$ Disegnare il sostegno della curva $\gamma(t) = (u(t), v(t))$.

13. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = -v + 3e^{t} \\ v' = -4u - 3e^{t} \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1. \end{cases}$ Disegnare il sostegno della curva $\gamma(t) = (2u(t) - v(t), 2u(t) + v(t))$

14. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = v + 2u + 1 \\ v' = -u \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1 \end{cases}$

15. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = v + t \\ v' = -u \\ u(0) = 1 \\ v(0) = 0 \end{cases}$

Equazioni differenziali lineari di grado n

16. Calcolare, se esiste, la soluzione di $\begin{cases} y^{(IV)} + 2y'' + y = 0 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} x^{-1/2}\, y(x) = 0. \end{cases}$

17. Calcolare, se esiste, la soluzione di $\begin{cases} y^{(7)} + 8y^{(4)} = 2e^{-x} \\ \lim\limits_{x \to +\infty} e^{x/2} y(x) = 0, \; y(0) = 0 \end{cases}$

18. Dire qual è la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di $y^{(8)} - y' = 0$ tale che esiste finito il $\lim\limits_{x \to -\infty} y(x)$.

19. Dire qual è la dimensione dello spazio affine delle soluzioni di $y^{(4)} - y = e^{2x}$ tale che esiste finito il $\lim\limits_{x \to -\infty} y(x)$

20. Dire qual è la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di $y^{(8)} - y = 0$ tale che esiste finito il $\lim\limits_{x \to -\infty} y(x)$.

21. Calcolare la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di $\begin{cases} y^{(IV)} + 8y = 0 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} y(x) = 0 \end{cases}$

22. Calcolare la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di $\begin{cases} y^{(IV)} - 8y = 0 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} y(x) = 0 \end{cases}$

23. Dire qual è la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di $y^{(4)} - y = 0$ tale che esiste finito il $\lim\limits_{x \to +\infty} y(x)$

24. Dire qual è la dimensione dello spazio affine delle soluzioni di $y''' - y = 4$ tale che esiste finito il $\lim\limits_{x \to -\infty} y(x)$

25. Calcolare la dimensione dello spazio affine delle soluzioni di $y^{(4)} - y = 1$ che verificano $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{x} = 0$.