

Esercizi

17 dicembre 2012

Alcuni esercizi si risolvono più facilmente usando un cambio di variabile con le coordinate polari (il cui uso verrà illustrato meglio nell'esercitazione del 7 gennaio 2013).

1. Calcolare l'integrale doppio $\iint_R \sin(x+y) dx dy$ dove $R = [0, \pi] \times [-\pi/2, \pi/2]$.
2. Calcolare l'integrale doppio $\int_2^3 \int_2^3 \frac{1}{3x+2y} dx dy$.
3. Calcolare l'integrale doppio $\int_0^1 \int_0^1 x e^{xy} dx dy$.
4. Calcolare l'integrale doppio $\int_0^1 \int_0^1 x \sin(xy) dx dy$.
5. Calcolare l'integrale doppio $\iint_T xy dx dy$, dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,1)$.
6. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D xy^3 dx dy$, dove D è dato dalle relazioni $xy - y^2 \leq 0$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \leq 1$.
7. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D e^x dx dy$, dove D è dato dalle relazioni
$$2|y| - 2 \leq |x| \leq \frac{1}{2}|y| + 1.$$

8. Cambiare l'ordine di integrazione:

$$\int_0^2 \int_{3x^2}^{12x} f dy dx, \quad \int_0^1 \int_{y^2}^{\sqrt{3-y^2}} f dx dy, \quad \int_0^{1/\sqrt{2}} \int_0^x f dx dy + \int_{1/\sqrt{2}}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f dx dy.$$

9. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D (x^2 \sin y + |xy|) dx dy$, dove D è dato dalle relazioni $x^2 + y^2 \leq 1$ e $x^2 - y^2 \leq 0$.

10. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$, dove D è dato dalle relazioni
- $$(x - 1)^2 + y^2 \leq 1, \quad x \geq 1.$$
11. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D y dx dy$, dove D è il semicerchio di centro $(1, 0)$ e raggio 1 contenuto nel semipiano $y \geq 0$.
12. Calcolare l'area della parte di piano delimitata dalle superfici di equazioni $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 4x$, $y = x$, e $y = 0$.
13. Calcolare l'area della parte di piano data da $\cos \theta \leq \rho \leq 1 + \cos \theta$.
14. Calcolare il volume della piramide di vertici $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.
15. Calcolare il volume del solido delimitato da $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 - z^2 + 4 = 0$.
16. Calcolare il volume della sfera di raggio r .
17. Sia $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1, y^2 + z^2 \leq 1\}$ (intersezione di due cilindri).
Calcolare $\iiint_D |y| dx dy dz$.
18. Sia D il cono in \mathbb{R}^3 di vertice $(0, 0, 4)$ e base la circonferenza nel piano xy di centro l'origine e raggio 1. Calcolare $\iiint_D (1 + |x|) dx dy dz$.
19. Sia $D = \{(x, y) : (|x| + 1)^2 + (|y| + 1)^2 \leq 5\}$. Disegnare D e calcolare $\iint_D (1 + |y|) dx dy$.
20. Calcolare $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, dove $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + 2x + y^2 \geq 0\}$.
21. Calcolare $\iint_D (xy + 1) dx dy$, dove $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, \frac{1}{\sqrt{3}}|x| \leq |y| \leq \sqrt{3}|x|\}$.