

## Esercizi

26 novembre 2012

1. Discutere convergenza puntuale e uniforme e convergenza della serie derivata di  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{3^n}$ .
2. Discutere convergenza puntuale e uniforme e convergenza della serie derivata di  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2^n x)}{n^2}$ .
3. Discutere convergenza puntuale e uniforme e convergenza della serie derivata di  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + x^{2n}}$ .
4. Discutere convergenza puntuale e uniforme e convergenza della serie derivata di  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6 + 1}{n^9 + (x + 1)^{4n}}$ .
5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Provare che converge la serie  $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{f(\cos n)}{3^n}$ .
6. Provare che  $\sum_n |a_n|^2$  converge se converge  $\sum_n |a_n|$ .
7. Provare che converge la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$  per  $z = i$  (suggerimento: trattare separatamente parte reale e parte immaginaria delle ridotte parziali).
8. Dire per quali  $\alpha$  converge  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \log(3^{2n} + 7)}{\alpha^n + \sqrt{n}}$ .
9. Dire per quali  $\alpha$  converge  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \log\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right) + \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right)$ .
10. Dire per quali  $\alpha$  converge  $\sum \frac{\sin(1/n) \cos(1/n)}{n^\alpha |\log n|^3 + |\log n|^{\alpha+1}}$ .