Esercizi

4 ottobre 2012

Disegnare i seguenti insiemi C, dire se sono chiusi, aperti, limitati; descrivere la frontiera ∂C e le eventuali simmetrie rispetto agli assi e all'origine.

1. $C = \{(x, y) : x^2 \leq y \leq \sqrt{|x|}\}$.

2. $C = \{(x, y) : |y| \leq 2 - x^2\}$.

3. C l'intersezione del cerchio aperto di centro 0 e raggio 1 e l'insieme

$$\{(x, y) : (y - x\sqrt{3})(y\sqrt{3} - x) < 0\}.$$

4. C l'intersezione del cerchio chiuso di centro 0 e raggio 1 e l'insieme

$$\{(x, y) : \ xy - y^2 < 0\}.$$

5. $C = \{(x, y) : \ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 - y^2) < 0\}$.

6. $C = \{(x, y) : y^2 \leq |x| \leq 2 + 2|y|\}$.

7. $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, \ x^2 + 2x + y^2 \geq 0\}$.

8. $C = \{(x, y) : \ (x^2 + 4y^2 - 4)(x^2 - y^2 - 1) \leq 0\}$.

9. $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, \ \frac{1}{\sqrt{3}}|x| \leq |y| \leq \sqrt{3}|x|\}$.

10. $C = \{(x, y) : \ \max\{|x|, |y|\} = 2\}$.

11. $C = \{(x, y) : \ |y| \leq (|x| - 1)^2, |x| \leq 1\}$

12. $C = \{(x, y) : (|x| + 1)^2 + (|y| + 1)^2 \leq 5\}$.

13. $C = \{(x, y) : |x| - y^2 \leq 1\}$.

Disegnare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ i seguenti insiemi.

14. $\{(x, y) : (y - 2 + \alpha x)(x^2 + y^2 - 1) = 0\}$

15. $\{(x, y) : (x^2 - \alpha y^2)(x^2 - y + \alpha) = 0\}$

16. $\{(x, y) : ((x - \alpha)^2 + (y - \alpha)^2 - \alpha^4)(x^2 + y^2 - 1) = 0\}$

17. $\{(x, y) : (\alpha - x - y)(x^2 + y^2 - \alpha^2) = 0\}$

18. $\{(x, y) : (\alpha - x - y)(x^2 + y^2 - \alpha) = 0\}$

Disegnare il dominio delle seguenti funzioni.

19. $f(x,y) = \log(3x-2y) - \log(3x-1)$.

20. $f(x,y) = x\log(y+yx)$.

21. $f(x,y) = (x-1)\log(x^2+yx)$.

22. $f(x,y) = \sqrt{(x-y^2)(x+y)}$.

23. $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$.

24. $f(x,y) = \sqrt{-(x-y)^2}$.

25. $f(x,y) = \arcsin(x/2) + \sqrt{xy}$.

26. $f(x,y) = \log(4-y^2) + \sqrt{x^2-4}$.

27. Sia $z \in \mathbb{C}$; rappresentare z^n nel piano complesso. Calcolare (se esiste) il limite $\lim_{n\to+\infty} z^n$

28. Calcolare i limiti delle sottosuccessioni di $((-1)^n(\frac{n+1}{n+2})^n, \cos(n\frac{\pi}{2}))$.