

Esercizi di ripasso sulla seconda parte del corso

28 gennaio 2013

1. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$, dove $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è data da $\gamma(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$.
2. Calcolare $\int_C \sqrt{2y^2 + z^2}$, dove C è l'intersezione tra la sfera di centro 0 e raggio 2 e il piano $x = y$.
3. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{x dx + y dy + z dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, dove γ è una qualsiasi curva tra $(0, 0, 0)$ e $(3, 4, 5)$.
4. Calcolare $\iint_D y dx dy$, dove D è la parte di piano compresa tra l'asse delle x e il primo ramo della cicloide $t \mapsto (R(t - \sin t), R(1 - \cos t))$ (Suggerimento: usare le formule di Green).
5. Calcolare $\iint_D \sqrt{1 - x^2 - 4y^2} dx dy$, dove $D = \{(x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$. (Suggerimento: cambiare variabili e trasformare il dominio in un cerchio).
6. Calcolare l'area dell'ellisse $\{(x, y) : (x - 2y + 3)^2 + (3x + 4y - 1)^2 \leq 100\}$. (Suggerimento: cambiare variabili e trasformare il dominio in un cerchio).
7. Calcolare il volume compreso tra il cono di equazione $2(x^2 + y^2) = z^2$ e l'iperboloide di equazione $x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0$.
8. Calcolare l'area della superficie del cono $x^2 - y^2 = z^2$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 2x$.
9. Trovare massimi e minimi assoluti di $f(x, y, z) = xy + z^2$ su $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ usando i moltiplicatori di Lagrange.