

Esercizi

15 gennaio 2013

1. Sia $D = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. Calcolare $\iiint_D (1 + z) dx dy dz$.
2. Sia D la piramide in \mathbb{R}^3 di vertice $(0, 0, 4)$ e base l'esagono inscritto nel cerchio di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 1 nel piano xy . Calcolare $\iiint_D z dx dy dz$.
3. Sia D la piramide in \mathbb{R}^3 di vertice $(0, 0, 4)$ e base il cerchio di centro $(0, 0, 0)$ e raggio 1 nel piano xy . Calcolare $\iiint_D (1 + |x|) dx dy dz$.
4. Sia $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1, y^2 + z^2 \leq 1\}$. Calcolare $\iiint_D |y| dx dy dz$.
5. Calcolare il volume della parte di spazio compresa tra le superfici di equazione $z = 3 - 2y$ e $z = x^2 + y^2$.
6. Calcolare il volume dell'ellissoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.
7. Sia D la parte del primo ottante compresa tra i piani $z = 1$ e $x = y$ e le superfici cilindriche $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$. Calcolare $\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$ usando le coordinate cilindriche.
8. Sia $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq 1\}$. Calcolare $\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$ usando le coordinate sferiche.
9. Sia S la superficie data da
$$\begin{cases} x = 2uv \\ y = u^2 - v^2 \\ z = u^2 + v^2 \\ u^2 + v^2 \leq 1. \end{cases}$$
 Calcolare $\iint_S (x^2 + y^2) dS$.
10. Calcolare l'area della parte di superficie cilindrica $x^2 + y^2 = 2y$ interna alla sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ interpretandola come l'immagine di una funzione $\Phi(y, z) = (\varphi(y, z), y, z)$ definita sulla proiezione di tale parte di superficie cilindrica sul piano yz .