

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2011-12

Secondo appello del 13/7/2012 - Parte I: Analisi Complessa

Chi sostiene l'esame da 5 crediti deve risolvere uno e un solo esercizio dei due proposti

1. Calcolare $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{2 + \sin x} dx$.

2. Trovare le singolarità della seguente funzione e determinarne la loro natura:

$$f(x) = \frac{e^z + e^{-z} - 2}{(z^2 - 4)(z^2 + 9)} e^{\frac{z}{2}}.$$

Calcolarne l'integrale esteso ad un cerchio che ha per centro il punto $z = 3$ e raggio 2.

Parte II

Chi sostiene l'esame da 5 crediti deve risolvere due e due soli esercizi dei quattro proposti

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = \cos 2t$, $x_2(t) = \cos^2 t$ e $x_3(t) = i$.

(1) Trovare una base ortogonale di V ;

(2) Calcolare la proiezione della funzione $x(t) = t + 1$ su V .

2. Sia f la funzione 2π -periodica tale che $f(x) = \frac{\pi}{2}(x + 1)\chi_{(-\pi/2, \pi/2)}(x) - \pi\chi_{(0, \pi/2)}(x)$ in $(-\pi, \pi]$. Disegnare il grafico di f . Scrivere la serie di Fourier di f in forma trigonometrica e discuterne la convergenza puntuale.

3. (a) Sia $f(x) = \chi_{(0, \pi)}(x) \cos x$. Calcolare f' e f'' nel senso delle distribuzioni;

(b) Sia $f_h(x) = (H(x - h) - H(2h - x))|\cos(hx)|$. Calcolare il limite di f_h nel senso delle distribuzioni per $h \rightarrow +\infty$. (H = funzione di Heaviside)

4. a) Calcolare la trasformata di Laplace di $f(t) = \sin t \cos 2t$;

b) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = H(t - 2)e^t \\ y(0) = 1, y'(0) = 1. \end{cases}$