ANALISI MATEMATICA II (Braides) 2011/12 - Quarto appello del 13/7/2012

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2\sin(y) - y\sin(x^2)}{y(x^6+y^6)}$.

2. Discutere il dominio e classificare i punti stazionari di $f(x,y) = (x-2)\log(x^2+2yx)$.

3. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ è convessa o concava $f(x,y,z) = \alpha y^2 - x^2 + \alpha^2 z^2 + 2y + z$.

4. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t, \sin \pi t)$ e $\omega = 2e^{2x} y\, dx + (e^{2x} + x)\, dy$.

5. Dire per quali valori di α l'insieme $\{(x,y) : (\alpha - x - y)(x^2+y^2-\alpha) = 0\}$ definisce una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

6. Trovare massimi e minimi assoluti di $f(x,y) = (x-1)(y^2-y)$ sul bordo del triangolo di vertici $(1,1)$, $(1,2)$ e $(2,1)$ usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.

7. Sia D la piramide in $\mathbb{R}^3$ di vertice $(0,0,4)$ e base il quadrato nel piano xy di centro l'origine e lati paralleli agli assi di lunghezza 2. Calcolare $\displaystyle\iiint_D (1+z)dx\,dy\,dz$.

8. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = v + 2u + 1 \\ v' = -u \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1 \end{cases}$

9. Sia $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (e^t, e^{2t} - e^t)$. Disegnare il sostegno di γ.

10. Dire per quali valori del parametro α la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = e^x (y-4)^2 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ è definita in $x = 1$.