ANALISI MATEMATICA II (Braides) 2011/12 - Terzo appello del 2/7/2012

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\sin(xy) - y\sin(x^2)}{y(x^6+y^6)}$.

2. Discutere il dominio e classificare i punti stazionari di $f(x,y) = (x-1)\log(x^2+yx)$.

3. Determinare dove è convessa o concava $f(x,y,z) = y^2 - x^2 + zy + z^2y + 3x$.

4. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$ dove $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t, \sin t)$ e $\omega = 2e^{2x}y\,dx + e^{2x}\,dy$.

5. Dire per quali valori di α l'insieme $\{(x,y) : (\alpha - x - y)(x^2+y^2-\alpha^2) = 0\}$ definisce una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

6. Trovare massimi e minimi assoluti di $f(x,y) = (x-1)y^2 + 2(y-1)x^2$ sul triangolo di vertici $(1,1))$, $(1,2)$ e $(2,1)$ usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.

7. Sia D il cono in $\mathbb{R}^3$ di vertice $(0,0,4)$ e base la circonferenza nel piano xy di centro l'origine e raggio 1. Calcolare $\displaystyle\iiint_D (1+|x|)dx\,dy\,dz$.

8. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = -v + 3e^t \\ v' = -4u - 3e^t \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1 \end{cases}$

9. Disegnare il sostegno della curva $\gamma(t) = (2u(t) - v(t), 2u(t) + v(t))$ dove u e v sono le soluzioni dell'esercizio 8.

10. Dire per quali valori del parametro α la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = x^2(y-1)^3 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ è definita in $x = 1$.