**ANALISI MATEMATICA II (Braides) 2011/12 - Secondo appello del 21/2/2012**

---

**Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato**

**1.** Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\arctan(xy) - y\log(1+x^2)}{yx^4}$.

**2.** Discutere il dominio e classificare i punti stazionari di $f(x,y) = x\log(y+yx)$.

**3.** Determinare gli insiemi dove è convessa o concava $f(x,y,z) = xy - x^2 + y^3 - z^2$.

**4.** Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \Big(\frac{y+x^2+y^2}{x^2+y^2}\,dx - \frac{x}{x^2+y^2}dy\Big)$ dove $\gamma : [0,2\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (\sin t, \cos t)$.

**5.** Dire per quali valori di $\alpha$ l'insieme $\{(x,y) : (\alpha x - y^2 - 1)(x^2+y^2-\alpha^2) = 0\}$ definisce una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

**6.** Trovare massimi e minimi assoluti di $f(x,y) = x^4y - x^3y^2$ sul triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,1)$ usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.

**7.** Sia $D = \{(x,y) : (|x|+1)^2 + (|y|+1)^2 \le 5\}$. Disegnare $D$ e calcolare $\displaystyle\iint_D (1+|y|)dx\,dy$.

**8.** Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = -v + 2e^{2t} \\ v' = -u + e^{2t} \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1 \end{cases}$

**9.** Disegnare il sostegno della curva $\gamma(t) = (u(t), v(t))$ dove $u$ e $v$ sono le soluzioni dell'esercizio 8.

**10.** Dire per quali valori del parametro $\alpha$ la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' = y^3x^2 \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ è definita in $x = 1$.