ANALISI MATEMATICA II (Braides) 2011-12 - Primo appello del 9/2/2012

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{x^2+y^4}\log\Big(\frac{x^2+x^4+y^4-y^8}{x^2+y^4}\Big)$.

2. Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x,y) = (\cos(x-y))^{\log(x+1)}$ nel punto $x = y = 1$.

3. Determinare gli insiemi dove è convessa o concava la funzione $f(x,y) = \frac{x^2}{2} + \arctan\big(\frac{x}{y}\big)$.

4. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \Big((x^2 + 2y + y\sin(xy))\,dx + (2x + x\sin(xy))dy\Big)$ dove $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t^2, e^t \sin t\pi)$. (*Suggerimento*: trovare un potenziale)

5. Dire se l'equazione $(x^2 + y^2)(\cos(x-y) - e^{x-y}) = 0$ definisce implicitamente una funzione $\varphi = \varphi(y)$ in un intorno di $(0,0)$, e, se tale φ esiste, calcolarne lo sviluppo di Taylor di ordine 1. (*Suggerimento*: semplificare prima l'equazione)

6. Trovare massimi e minimi assoluti di $f(x,y) = ye^{x^2}$ sulla circonferenza di centro 0 e raggio 1.

7. Sia $D = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 \le 1,\ y^2 + z^2 \le 1\}$ (intersezione di due cilindri). Calcolare $\displaystyle\iiint_D |y|dx\,dy\,dz$.

8. Trovare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} u' = v + 1 \\ v' = -2u \\ u(0) = 0 \\ v(0) = 1 \end{cases}$

9. Disegnare il sostegno della curva $\gamma(t) = (u(t), v(t))$ dove u e v sono le soluzioni dell'esercizio 8.

10. Calcolare la dimensione dello spazio affine delle soluzioni di $y^{(4)} - y = 1$ che verificano $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x} = 0$.