

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2010-11
Terzo appello del 5/9/2011

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando brevemente il procedimento usato

1. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = \sin 2t$, $x_2(t) = \cos^2 t$ e $x_3(t) = t$.

(1) Trovare una base ortogonale di V ;

(2) Calcolare la proiezione della funzione $x(t) = i - \sin t$ su V .

2. Calcolare poli e residui di $f(z) = \frac{\sin z}{z(z-1)^3}$. Calcolare, se possibile, con il teorema dei residui l'integrale $\int_{\gamma} f(z) dz$ rispettivamente nei casi

(a) γ la circonferenza di centro 1 e raggio $1/2$ in senso antiorario

(b) γ la circonferenza di centro i e raggio 1 in senso orario

3. Risolvere il seguente problema integrale mediante la trasformata di Laplace

$$\int_0^x y(t) (x-t)^{3/2} dt = x^3 - 2x^2.$$

4. Sia f la funzione periodica di periodo 2π tale che $f(x) = \sin(x/2)$ in $(-\pi, \pi]$. Scrivere la serie di Fourier di f in forma trigonometrica e discuterne la convergenza puntuale, verificandola per $x = \pi/2$.

5. Sia $f(x) = \frac{1}{(x^2+4)(x^2+i)}$. Calcolare la trasformata di Fourier \hat{f} di f .

6. (a) Sia $f(x) = \max\{1-x^2, 0\} \chi_{(0,1)}(x)$. Calcolare f' e f'' nel senso delle distribuzioni;

(b) Sia $f_h(x) = \sin(hx) \cos\left(\frac{x}{h}\right)$. Calcolare il limite di f_h nel senso delle distribuzioni per $h \rightarrow +\infty$.