

ANALISI MATEMATICA II (Braides) A.A. 2010-11
Sesto appello del 21/9/2011

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Dire se esiste (e in caso affermativo, calcolarlo) il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(\sin x^2 - \sin y^3)^2}{x^4 + y^6}$
2. Dire per quali valori del parametro α l'insieme $\{(x, y) : ((x - \alpha)^2 + (y - \alpha)^2 - \alpha^4)(x^2 + y^2 - 1) = 0\}$ è una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
3. Trovare eventuali punti stazionari di $f(x) = (x^2 + y^2 - 1)^2$ e dire se sono punti di massimo o minimo.
4. Determinare il massimo insieme su cui non è convessa la funzione $f(x) = x \log(y - x)$ e disegnarlo nel piano cartesiano.
5. Determinare e risolvere l'equazione differenziale soddisfatta da una funzione $f(x)$ di modo che la forma differenziale $\omega = x^2 y dx + (f^2(x) + y) dy$ sia chiusa. Scelta una tale f determinarne quindi un potenziale.
6. Calcolare il dominio di convergenza e la somma di $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n+2}$
7. Usando ove possibile i moltiplicatori di Lagrange, trovare massimo e minimo assoluti di $f(x, y) = 2x + 3y$ sull'insieme $\{(x, y) : (|x| + 1)^2 + (|y| + 1)^2 \leq 4\}$.
8. Sia $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \leq 1\}$. Calcolare $\iiint_D |xy| dx dy dz$.
9. Dire per quali valori y_0 esiste una soluzione di $\begin{cases} y' = y^2 x \\ y(0) = y_0 \end{cases}$ definita in $x = 2$.
10. Dire qual è la dimensione dello spazio affine delle soluzioni di $y^{(8)} - y' = 0$ tale che esiste finito il $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$.