

**ANALISI MATEMATICA II (Braides) A.A. 2010-11**  
**Quarto appello del 8/7/2011**

---

**Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato**

1. Dire se esiste (e in caso affermativo, calcolarlo) il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(\sin(x-y^2))^2 + 2x \sin^2 y}{x^2 + y^4}$
2. Dire per quali valori del parametro  $\alpha$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 - \alpha^2)(x^2 - 2\alpha^2 x + y^2) = 0\}$  è una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
3. Trovare eventuali punti stazionari di  $f(x, y) = \left(\frac{x^2 - 4y^2}{y^2 + 4x^2}\right)^4$  e dire se sono punti di massimo o minimo.
4. Determinare gli insiemi su cui è convessa la funzione  $f(x, y) = (x - y)^4 - \log(x^2 y)$  disegnandoli nel piano cartesiano.
5. Determinare e risolvere l'equazione differenziale soddisfatta da una funzione  $f(x)$  di modo che la forma differenziale  $\omega = f(x)y dx + (f(x) + y) dy$  sia chiusa. Determinarne quindi un potenziale.
6. Trovare massimo e minimo assoluti di  $f(x, y) = x^4 - 2xy^2$  sull'insieme  $\{(x, y) : \max\{|x|, |y|\} = 2\}$  usando ove possibile i moltiplicatori di Lagrange.
7. Calcolare  $\iint_D (x^2 y + |x|) dx dy$ , dove  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2, \sqrt{3}|y| \leq |x|\}$ .
8. Calcolare il dominio di convergenza e la somma di  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n-1}}{n8^n}$
9. Trovare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione di  $\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases}$ .
10. Dire qual è la dimensione dello spazio affine delle soluzioni di  $y^{(4)} - y = e^{2x}$  tale che esiste finito il  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x)$