ANALISI MATEMATICA II (Braides) A.A. 2010-11 - Secondo appello del 14/2/2011

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Calcolare la retta tangente all'insieme $C = \{(x,y) : y^x + \log(\frac{y^2}{x}) = 1\}$ nel punto $(1,1)$

2. Classificare i punti stazionari di $f(x,y) = x^2 + 2xy + \log(x - 3y)$.

3. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$, dove $\omega = \dfrac{3y}{x^2+y^2}dx - \dfrac{2x}{x^2+y^2}dy$ e $\gamma : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (-\cos t, \sin t)$.

4. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{(x,y) : (x^2 - \alpha y^2)(x^2 - y + \alpha) = 0\}$ definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

5. Trovare massimo e minimo assoluti di $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2x + 2y$ sull'insieme $\{(x,y) : |x| + |y| \leq 1\}$.

6. Calcolare $\displaystyle\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\, dx\, dy$, dove $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 4,\ x^2 + 2x + y^2 \geq 0\}$.

7. Calcolare l'area della parte della superficie cilindrica $x^2 + y^2 = 2x$ interna alla sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

8. Sia f la funzione periodica di periodo 2π tale che $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -\pi/2 < x \leq \pi/2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ in $(-\pi, \pi]$. Scriverne la serie di Fourier per $x = \pi/2$ e verificarne la convergenza calcolandone la somma.

9. Calcolare il dominio di convergenza e la somma di $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n+1}$

10. Dire qual è la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di $y^{(4)} - y = 0$ tale che esiste finito il $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y(x)$