

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA - A.A. 2009-10
Quinto appello del 31/1/2011

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Sia V il sottospazio di $L^2(-\pi, \pi)$ generato dalle funzioni $x_1(t) = \cos 2t$, $x_2(t) = 2 - \cos^2 t$ e $x_3(t) = \sin t$.

- (1) Trovare una base ortogonale di V ;
- (2) Calcolare la proiezione della funzione $x(t) = t$ su V .

2. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{\sin(i\pi z)}{(z^2 + 4)^2} dz$, dove

- (a) γ è la circonferenza di centro i e raggio $1/2$;
- (b) γ è la circonferenza di centro 0 e raggio 3 .

3. Usando la trasformata di Laplace trovare la soluzione y di $\begin{cases} y'' + y = \sin x \\ y(0) = 1, y'(0) = 2 \end{cases}$

4. Calcolare la serie di Fourier della funzione 2π -periodica definita in $[-\pi, \pi]$ da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Calcolare la somma della serie così ottenuta per $x = 0$.

5. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^4 + 4}$.

6. Sia $f_h(x) = \sin(hx)e^{-x^2/h}$. Calcolare il limite di f_h e f_h^2 nel senso delle distribuzioni per $h \rightarrow +\infty$.