

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA a.a. 2009-10
Sesto appello del 14/2/2011

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Calcolare la retta tangente all'insieme $C = \{(x, y) : y^x + \log(\frac{y^2}{x}) = 1\}$ nel punto $(1, 1)$
2. Classificare i punti stazionari di $f(x, y) = x^2 + 2xy + \log(x - 3y)$.
3. Calcolare $\int_{\gamma} \omega$, dove $\omega = \frac{3y}{x^2 + y^2} dx - \frac{2x}{x^2 + y^2} dy$ e $\gamma : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (-\cos t, \sin t)$.
4. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{(x, y) : (x^2 - \alpha y^2)(x^2 - y + \alpha) = 0\}$ definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
5. Trovare massimo e minimo assoluti di $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x + 2y$ sull'insieme $\{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$.
6. Calcolare $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, dove $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x^2 + 2x + y^2 \geq 0\}$.
7. Sia $D = \{(x, y) : y^2 \leq |x| \leq \sqrt{|y|}, 2|y| \leq 1\}$. Disegnare D e calcolare $\iint_D (x^2 + x \sin^2 y) dx dy$.
8. Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x+1}{x^4+1} dx$
9. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{\cos(i\pi z) e^{i\pi z}}{(z-1)^2} dz$, dove γ è una parametrizzazione in senso antiorario di $\{z \in \mathbb{C} : |z-3| = \beta\}$, nei due casi: (a) $\beta = 1$; (b) $\beta = 5$.
10. Usando la trasformata di Laplace trovare la soluzione y di $\begin{cases} y'' - y = \sin x \\ y(0) = 0, y'(0) = 2 \end{cases}$