

**COMPLEMENTI DI MATEMATICA – INGEGNERIA A.A. 2009-10**  
**Quarto appello del 24/9/2010**

---

**Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato**

1. Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 e centro  $(1, 1)$  della funzione  $f(x, y) = x^y$ .

2. Sia  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  data da  $\gamma(t) = (t^2, \sin(\pi t))$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \omega$ , dove

$$\omega = (1 + y^2 - ye^x)dx - (e^x + \sin y - 2xy)dy.$$

3. Sia  $f(x) = \log(3x - 2y) - \log(3x - 1)$ .

(1) Disegnare il dominio di  $f$ ;

(2) trovare eventuali punti stazionari di  $f$ .

4. Trovare e classificare i punti stazionari della funzione  $f(x, y) = \arctan(xy)$  nel suo dominio.

5. Dire per quali valori  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (1 + \alpha x^2)(x^2 - 2x + y^2) = 0\}$$

definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

6. Sia  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3\}$ . Calcolare il massimo e minimo di  $f(x, y) = xy$  su  $D$ .

7. Sia  $D$  è l'intersezione della circonferenza di centro 0 e raggio 1 e l'insieme

$$\{(x, y) : x^2 - y^2 < 0\}.$$

Disegnare  $D$  e calcolare  $\iint_D (x^2 \sin y + |xy|) dx dy$ .

8. Calcolare  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 1} dx$  utilizzando il teorema dei residui su opportuni circuiti semi-circolari.

9. Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{\sin z}{z(z-2)^4} dz$ , dove  $\gamma$  è una parametrizzazione in senso antiorario di

$$\{z \in \mathbb{C} : |z + 2i| = \beta\}, \text{ nei due casi: } \quad (\text{a}) \beta = 1; \quad (\text{b}) \beta = 4.$$

10. Usando la trasformata di Laplace trovare la soluzione  $y$  di  $\begin{cases} y'' - y' - 6y = e^x \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases}$