

COMPLEMENTI DI MATEMATICA – INGEGNERIA A.A. 2009-10
Terzo appello del 3/9/2010

Risolvere i seguenti esercizi, spiegando il procedimento usato

1. Calcolare se esiste il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy)}{x^3 + y \sin(xy)}$.
2. Siano $f(u, v) = e^u v - v^2 \log u$, $g(x, y) = \left(y \log x, \frac{1}{x}\right)$ e $h(x, y) = f(g(x, y))$. Calcolare il dominio e il gradiente di h .

3. Dire per quali valori di α la forma differenziale

$$\omega = \left(x^{y-1} 2y + 2e^{x^2}\right) dx + \left(\alpha y + x^y \alpha \log x\right) dy$$

è esatta.

4. Trovare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = \log y + 2 \arctan\left(\frac{x}{y}\right) - x$ nel suo dominio.
5. Classificare i punti stazionari della funzione f dell'esercizio 4.
6. Sia $D = \{(x, y) : x^2 + 2y^4 \leq 1\}$. Calcolare il massimo di $f(x, y) = x - y$ su D .
7. Sia D è l'intersezione della circonferenza di centro 0 e raggio 1 e l'insieme

$$\{(x, y) : xy - y^2 < 0\}.$$

Disegnare D e calcolare $\iint_D (yx^2 + xy^3) dx dy$.

8. Calcolare $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^3 - 8i} dx$ utilizzando il teorema dei residui su opportuni circuiti semi-circolari.

9. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{e^{i\pi z}}{z(z-2)^2} dz$, dove γ è una parametrizzazione in senso antiorario di

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - 2i| = \beta\}, \text{ nei due casi: } \quad (\text{a}) \beta = 1; \quad (\text{b}) \beta = 4.$$

10. Usando la trasformata di Laplace trovare la soluzione y di $\begin{cases} y'' - y = \cos x \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$