

Esercizi

1. Calcolare la parte reale e immaginaria del numero complesso

$$z = i + \frac{3}{2-i}.$$

2. Calcolare la parte reale e immaginaria del numero complesso

$$z = \frac{1+2i}{-3+i}.$$

3. Calcolare la parte reale e immaginaria del numero complesso

$$z = (1+2i)^4 - (1-2i)^4.$$

4. Calcolare la parte reale e immaginaria del numero complesso

$$z = \frac{(1+i)^{10}}{(1-i)^8}.$$

5. Sia $z = i$. Calcolare

$$z^7 \quad \text{e} \quad z^{2002}.$$

6. Sia $z = 1 + i$. Calcolare

$$(z^{2005} + \bar{z}^{2005})/2^{1002}.$$

7. Sia $z = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcolare

$$z^{8!-1}.$$

8. Determinare l'insieme dei numeri z tali che

$$z + \bar{z} = 0.$$

9. Determinare l'insieme dei numeri z tali che

$$z^2(\bar{z} + 2) = 2z(z + 1).$$

10. Determinare l'insieme dei numeri z tali che

$$z^4 + |z|^4 = 0.$$

11. Determinare l'insieme dei numeri z tali che

$$|\bar{z} - 2| = |\operatorname{Re}(z + 2)|.$$

12. Determinare il minimo dell'insieme

$$\{|z| : (z + 2 + 2i)^2 = -1\}.$$

13. Determinare il massimo dell'insieme

$$\{\operatorname{Re}(w) : w^3 = 8i\}.$$

14. Risolvere l'equazione

$$z^2 - 2iz + 3 = 0.$$

15. Risolvere l'equazione

$$z^2 - 3z + 3 + i = 0.$$

16. Risolvere l'equazione

$$(z^2 + i)^2 + 1 = 0.$$

17. Risolvere l'equazione

$$||z| - 2i|^2 = 4.$$

18. Risolvere l'equazione

$$|z|^2 = 12 - |z|.$$

19. Risolvere l'equazione

$$\operatorname{Im}(z^2) = |z|^2.$$

20. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione

$$\overline{z}^9 = z^3 |z|^5.$$

21. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$(z^4 - 1)/(z^3 + 1)^2 = 0.$$

22. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$z(\overline{z} + 2|z|) + 4 = 2|z|(z + 1).$$

23. Determinare il massimo e il minimo dell'insieme

$$\{|z - w| : z^4 = 1 \text{ e } w^4 = -4\}.$$

24. Risolvere la disuguaglianza

$$\operatorname{Re}((z - 1)(z - 2i)) \geq \operatorname{Re}(z - 1) \cdot \operatorname{Re}(z - 2i).$$

25. Risolvere la disuguaglianza

$$|z - 2i|^2 - 8 > |z|^2 - |z + 2i|^2$$

26. Determinare l'estremo superiore e inferiore dell'insieme

$$\{|z - w| : |z - 2| \leq 1 \text{ e } \operatorname{Re}(w - i\overline{w}) = 0\}.$$

27. Determinare il massimo e il minimo dell'insieme

$$\{|z - w| : |z + 2 - 3i| \leq 3 \text{ e } |w - 4 - 4i| \leq 4\}.$$

28. Calcolare il perimetro del poligono di vertici

$$\{z \in \mathbb{C} : z^6 = 1/(3 - 2i)^6\}.$$

29. Determinare per quali $z \in \mathbb{C}$ si ha che

$$|\operatorname{Re}((z + 1)(z - 3))| \geq |z + 1||z - 3|.$$

30. Rappresentare nel piano complesso $\mathbb{C}$ l'insieme

$$\{z \in \mathbb{C} : (1 + i)z = \sqrt{2}|z|\}$$

31. Quanti sono i numeri $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} z^{10} = 3 + 8i \\ z^5 = 8 - 3i \end{cases}.$$

32. Determinare il numero di elementi dell'intersezione

$$\{z \in \mathbb{C} : |z|(20 - |z|) \geq 64\} \cap \{(1 + i)^n : n \in \mathbb{N}\}.$$

33. Determinare per quali $r \in \mathbb{R}$ il seguente sistema ha esattamente una soluzione

$$\begin{cases} iz = -|\bar{z}| \\ |\bar{z} + 4i| = r \end{cases}.$$