

Esercizi

1. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{\sqrt{x} + x} dx.$$

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int (\log x)^2 dx.$$

3. Sia F la primitiva di

$$f(x) = e^{|x|}$$

tale che $F(1) = e$. Determinare $F(-1)$.

4. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \sin(3x) e^{2x} dx.$$

5. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x \cos x e^x dx.$$

6. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x^8 \log x dx.$$

7. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sqrt{1 + \log x}}{x} dx.$$

8. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \arctan x dx.$$

9. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 - 1} dx.$$

10. Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2(x+1)^2} dx.$$

11. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 2x - 1}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx.$$

12. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x^2 - 2x + 5}{(1+x^2)^2} dx.$$

13. Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^e \frac{1}{x(3+\log x)^2} dx.$$

14. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

15. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^\pi \sin^2 x \, dx.$$

16. Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1}^1 \frac{\tan(x/2) + x^2}{2x^2 - 8} dx.$$

17. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{3 \sin^2 x + \cos^2 x} dx.$$

18. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x 2^x}{|x|} & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0 \end{cases}$$

Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1}^2 f(x) \, dx.$$

19. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \arcsin x \, dx.$$

20. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{16} \frac{1}{x + 3\sqrt{x} + 2} dx.$$

21. Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-1/4}^{1/4} \frac{2\pi|x|}{(\cos(\pi x))^2} dx.$$

22. Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(3x) \cos(4x) dx.$$

23. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^e \min(x, 1/x) \log x dx.$$

24. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{e^4} \max(\log x, \log(1/x)) dx.$$

25. Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^6 \min(3 - |x - 3|, 2) dx.$$

26. Calcolare il limite

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^4} \int_0^{t^2} \arcsin(3x) dx.$$

27. Calcolare il limite

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_t^{t^2} \sin^2(2x) dx.$$

28. Calcolare il limite

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{e^t} \int_{2e^t}^{5e^t} \frac{1}{\log x} dx.$$

29. Calcolare al variare di $\alpha > 0$ il limite

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t^\alpha} \int_{t^2}^{3t^2} \frac{e^{x^2} + e^{-x^2} - 2}{\sin(x^3)} dx.$$

30. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^1 \log x dx.$$

31. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^2 \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2}x)} dx.$$

32. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\log x)^3} dx.$$

33. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{(\sin x)^a}{x^3(x+5)^4}$$

è integrabile sull'intervallo $(0, 2)$.

34. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{1 - e^{-x}}{x^a |x - 1|^{4a}}$$

è integrabile sull'intervallo $(0, +\infty)$.

35. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{1}{\sqrt{x} |\log(e^x - 1)|^a}$$

è integrabile sull'intervallo $(0, +\infty)$.

36. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{(x^2 - 1)^a}{\log x \sqrt{3 - x}}$$

è integrabile sull'intervallo $(1, 3)$.

37. Determinare per quali valori di $a > 0$ la funzione

$$\frac{\sqrt[4]{1 + x^a} - 1}{\log(3e^{x^2} + 2) - \log 5}$$

è integrabile sull'intervallo $(0, +\infty)$.

38. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{1 - e^{-1/(1+x^2)}}{\sqrt[3]{x} |\log x|^a}$$

è integrabile sull'intervallo $(0, +\infty)$.

39. Determinare per quali valori di $a > 0$ la funzione

$$\frac{\log(1 + x^2) - (\log(1 + x))^2}{x^a \cdot \sqrt{\sin x} \cdot (\pi - x)^{1/a}}$$

è integrabile sull'intervallo $(0, \pi)$.

40. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(3 + (\log x)^2)} dx.$$

41. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x} + (\sqrt{x})^3} dx.$$

42. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{(\log x)^3}{(x-1)^a (\log(1+x^x))^5}$$

è integrabile sull'intervallo $(1, +\infty)$.

43. Se

$$\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

quanto vale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2+2x} dx ?$$

44. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$\frac{1}{(x+8)(x-8)^a}$$

è integrabile sull'intervallo $(8, +\infty)$ e calcolare tale integrale per $a = 1/2$.

45. Per quali $a > 0$ il seguente limite è finito

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{t^6} \int_t^{t^2} x^a (e^x + e^{-x} - 2) dx ?$$