

# Compito scritto di Fisica Matematica 2

## 21 gennaio 2014

### 1 Esercizio n. 1

Si consideri l'equazione

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = \cos(\omega t) \sin x \cos^2 x, \quad x \in (0, \pi), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0$$

Si scriva la soluzione in funzione di  $\omega \geq 0$  e se ne discuta il comportamento asintotico per  $t \rightarrow \infty$ .

### 2 Esercizio n. 2

Sia  $\hat{f}(k)$  la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & x \geq 0 \\ \frac{1}{2} \frac{1}{1+x^2} & x < 0 \end{cases}$$

Si dimostri che  $\hat{f}(k)$  non appartiene a  $\mathbf{L}^1(\mathbb{R})$ .

*Suggerimento:* fare vedere, tramite delle integrazioni per parti, che, per  $|k| \rightarrow \infty$ ,

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{2ik\sqrt{2\pi}} + O\left(\frac{1}{k^2}\right)$$