

# Compito scritto di Fisica Matematica 2

## 8 luglio 2013

### 1 Esercizio n. 1

Calcolare, in funzione di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la soluzione dell'equazione

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) + \sin^3(x) e^{\alpha t}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \quad \forall t \geq 0$$

$$u(x, 0) = 0$$

e, posto  $Q(t) = \int_0^{\pi/2} u(x, t)$ , studiare il comportamento asintotico di  $Q(t)$  per  $t \rightarrow +\infty$ , al variare di  $\alpha$  in  $\mathbb{R}$ .

### 2 Esercizio n. 2

Scrivere la soluzione dell'equazione

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t), \quad x \in (0, \infty), \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad \forall t \geq 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = h(x)$$

dove  $h(x)$  è una funzione regolare, tale che  $h(x) \neq 0$ , se e solo se  $x \in (0, 1)$ .

Determinare il supporto della funzione  $u(x, t)$ , al variare di  $t$ .