

ANALISI MATEMATICA I. 13.07.2012

Risposte non giustificate non verranno considerate. Consegnare solo la "bella copia".

Cognome:	1	
	2	
Nome:	3	
	4	
Matricola, Crediti:	5	
	TOTALE	

Versione A

Esercizio A1. [punti 8] Calcolare i seguenti limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{4^{2n} + 7^n} - \log(3n - 7) + \log(2n - 8) - \pi \cdot \frac{\cos(n\pi) + (-1)^n}{n} \right),$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(x + 2x^2) \log(2 - \cos x)}{2 \sin x - \sin(2x)} + \arctan \frac{1}{x^2} \right).$$

Esercizio A2. [punti 6] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |x - 2| \log |x - 2|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza, punti di flesso, intervalli di concavità o convessità.

Servirsi dello studio effettuato per disegnare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

Esercizio A3. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x + 1}{x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} dx.$$

Esercizio A4. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(2 + \cos^2 x) \sin^2(1/x)}{|x - 2|^{2-\alpha}} dx.$$

Esercizio A5. [punti 6] Studiare continuità, esistenza delle derivate parziali, differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) + x + y & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Esiste il piano tangente al grafico di f in $(0, 0, 0)$? In caso affermativo, scriverne l'equazione in un riferimento cartesiano ortogonale Oxyz.

ANALISI MATEMATICA I. 13.07.2012

Risposte non giustificate non verranno considerate. Consegnare solo la "bella copia".

Cognome:	1		Versione B
	2		
Nome:	3		
	4		
Matricola, Crediti:	5		
	TOTALE		

Esercizio B1. [punti 8] Calcolare i seguenti limiti

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{5^n + 3^{2n}} - \log(8n + 7) + \log(2n - 8) - \pi \cdot \frac{\cos(n\pi) + (-1)^n}{n^2} \right),$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(x - 3x^2) \log(2 - \cos x)}{3 \sin x - \sin(3x)} - 2 \arctan \frac{1}{x^2} \right).$

Esercizio B2. [punti 6] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |x - 1| \log |x - 1|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza, punti di flesso, intervalli di concavità o convessità.

Servirsi dello studio effettuato per disegnare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

Esercizio B3. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int \frac{2x - 1}{x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{7\sqrt{x}} dx.$$

Esercizio B4. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(3 + \cos^2 x) \sin^2(1/x)}{|x - 3|^{1-\alpha}} dx.$$

Esercizio B5. [punti 6] Studiare continuità, esistenza delle derivate parziali, differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) + 2x + y & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Esiste il piano tangente al grafico di f in $(0, 0, 0)$? In caso affermativo, scriverne l'equazione in un riferimento cartesiano ortogonale Oxyz.

ANALISI MATEMATICA I. 13.07.2012

Risposte non giustificate non verranno considerate. Consegnare solo la "bella copia".

Cognome:	1		Versione C
	2		
Nome:	3		
	4		
Matricola, Crediti:	5		
	TOTALE		

Esercizio C1. [punti 8] Calcolare i seguenti limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{10^n + 4^{2n}} - \log(5n - 7) + \log(7n - 8) + 8\pi \cdot \frac{\cos(n\pi) + (-1)^n}{n^2} \right),$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(x + 4x^2) \log(2 - \cos x)}{\sin(2x) - 2 \sin x} + 5 \arctan \frac{1}{x^2} \right).$$

Esercizio C2. [punti 6] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |3x| \log |3x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza, punti di flesso, intervalli di concavità o convessità.

Servirsi dello studio effettuato per disegnare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

Esercizio C3. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x - 7}{x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{8\sqrt{x}} dx.$$

Esercizio C4. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(4 + \cos^2 x) \sin^2(1/x)}{|x - 4|^{1-2\alpha}} dx.$$

Esercizio C5. [punti 6] Studiare continuità, esistenza delle derivate parziali, differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) - 3x + 2y & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Esiste il piano tangente al grafico di f in $(0, 0, 0)$? In caso affermativo, scriverne l'equazione in un riferimento cartesiano ortogonale Oxyz.

ANALISI MATEMATICA I. 13.07.2012

Risposte non giustificate non verranno considerate. Consegnare solo la "bella copia".

Cognome:	1	
	2	
Nome:	3	
	4	
Matricola, Crediti:	5	
	TOTALE	

Versione D

Esercizio D1. [punti 8] Calcolare i seguenti limiti

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{8^n + 3^{2n}} - \log(8n + 7) + \log(2n - 8) - \pi \cdot \frac{\cos(n\pi) + (-1)^n}{n} \right),$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(x + 3x^2) \log(2 - \cos x)}{\sin(3x) - 3 \sin x} - 2 \arctan \frac{1}{x^2} \right).$$

Esercizio D2. [punti 6] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |x + 1| \log |x + 1|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza, punti di flesso, intervalli di concavità o convessità.

Servirsi dello studio effettuato per disegnare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

Esercizio D3. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int \frac{x - 6}{x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{7\sqrt{x}} dx.$$

Esercizio D4. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(5 + \cos^2 x) \sin^2(1/x)}{|x - 2|^{1-3\alpha}} dx.$$

Esercizio D5. [punti 6] Studiare continuità, esistenza delle derivate parziali, differenziabilità della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) + 5x - 7y & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Esiste il piano tangente al grafico di f in $(0, 0, 0)$? In caso affermativo, scriverne l'equazione in un riferimento cartesiano ortogonale Oxyz.