

## LAUREA IN INGEGNERIA A.A. 2008 / 2009

Programma dettagliato del corso di Analisi Matematica 1 - prima parte

Prof. Mario Abundo

Per ogni argomento, salvo esplicitamente indicato con la sigla **sd** (senza dimostrazione), si richiede la conoscenza delle relative dimostrazioni.

- Simboli e operazioni insiemistiche fondamentali: operazione di inclusione, unione, intersezione, complemento, prodotto cartesiano, insieme delle parti.
- Insiemi numerici. Numeri naturali, interi relativi, numeri razionali. Numeri irrazionali e numeri reali: proprietà di completezza, continuità, densità, proprietà di Archimede.
- Esistenza e unicità della radice ennesima di un numero reale non negativo.
- Maggioranti e minoranti di un insieme numerico. Estremo superiore, inferiore, massimo e minimo. Insiemi superiormente e inferiormente limitati. Caratterizzazione dell' estremo superiore e inferiore.
- Successioni e loro limiti; successioni convergenti, divergenti, indeterminate. Alcune disuguaglianze notevoli. Limiti per  $n \rightarrow \infty$  delle seguenti successioni:

$${}^n\sqrt{p}; {}^n\sqrt{n}; a^n; n/a^n; a^n/n!; n!/n^n.$$

- Formula di Stirling (sd).
- Limite di una somma e di un prodotto di successioni. Teorema dell' unicità del limite, del confronto, della permanenza del segno. Richiami sui logaritmi. Limite di  $\log n/n^\alpha$ , per  $n \rightarrow \infty$ .
- Successioni monotone e teoremi relativi. Limite di  $(1 + 1/n)^n$ , per  $n \rightarrow \infty$ . (sd).
- Cenni di topologia della retta reale; punti di accumulazione. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Cenni sulle sottosuccessioni. Successioni di Cauchy e teoremi relativi.
- Funzioni reali di una variabile reale: generalità, dominio e condominio. Immagine e controimmagine. Funzioni iniettive, surgettive, biunivoche. Funzione inversa. Estremo superiore e inferiore di una funzione su un insieme, massimi e minimi relativi e assoluti. Funzioni inverse trigonometriche. Composizione di funzioni. Funzioni monotone. Simmetrie di una funzione: funzioni pari e dispari. Parte positiva e parte negativa di una  $f(x)$ .
- Limite finito di  $f(x)$  per  $x \rightarrow x_0$ . Teorema di unicità del limite. Teorema "ponte", del confronto e della permanenza del segno. Gli altri tre casi di limite. Limite di funzioni composte; limiti di funzioni monotone. Algebra dei limiti. Forme indeterminate. Limiti notevoli per  $x \rightarrow 0$  di:

$$\sin x/x; \tan x/x; (1 - \cos x)/x; [\log(1 + x)]/x; (a^x - 1)/x.$$

- Funzioni continue: esempi. Continuità di una composizione di funzioni e della funzione inversa (sd). Classificazione dei punti di discontinuità. Esempio di funzione non continua in nessun punto di un intervallo (funzione di Dirichlet). Teoremi sulle funzioni continue: della permanenza del segno, degli zeri, dei valori intermedi, di Weierstrass.
- Funzioni infinitesime e infinite. Confronto tra infinitesimi e infiniti. Simboli di Landau.
- Derivata di una funzione e suo significato geometrico. Retta tangente al grafico di una funzione in un suo punto. Derivata delle funzioni elementari. Relazioni tra derivabilità e continuità. Algebra delle derivate. Derivata di una funzione composta e della funzione inversa. Derivata delle funzioni trigonometriche inverse. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange. Conseguenze del teorema di Lagrange. Teoremi di l' Hospital per il calcolo di limiti di forme indeterminate (sd). Derivata seconda e derivate successive. Funzioni convesse e teoremi relativi (sd), intervalli di concavità e convessità. Punti di estremo, di massimo e minimo relativi, di flesso. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Studio del grafico di una funzione.
- Polinomio di Taylor e di Mac Laurin di una  $f(x)$ . Sviluppi di funzioni elementari. Teorema del resto di Peano. Formula del resto di Lagrange. Applicazioni al calcolo dei limiti e del valore approssimato di una funzione in un punto. Studio della natura dei punti stazionari di  $f(x)$  mediante lo sviluppo di Taylor.

**Libri di testo consigliati:** - M. Bertsch, R. Dal Passo: *Elementi di Analisi Matematica*. Editrice Aracne. Roma, 2001; - Bramanti, Pagani, Salsa: *Matematica*. Zanichelli, 2000; - E. Giusti: *Analisi Matematica 1*. Boringhieri.

**Libri di esercizi consigliati:**

- M. Abundo: *Esercizi e problemi di Analisi Matematica 1*, Editrice Aracne. Roma, 2007;
- Demidovic; - Cecconi, Piccinini, Stampacchia; - Marcellini, Sbordone; - Giusti; - Salsa, Squellati; - Filippi.