

Lista di esercizi N.2

1. Un quiz a più scelte ha 100 domande, ciascuna con 4 risposte possibili di cui una soltanto è esatta. Qual è la probabilità che, tirando ad indovinare, si diano da 10 a 30 risposte corrette per 40 problemi che lo studente non conosce?
2. Un dado viene lanciato 3 volte, Qual è la probabilità che il 6 sia uscito esattamente 2 volte? Qual è la probabilità che in n lanci il 6 sia uscito esattamente 2 volte? Per quale valore di n questa probabilità è massima?
3. Una macchina produce una vite al secondo. Nella fabbrica ci sono occasionali cadute di tensione che si verificano ogni secondo con probabilità 0.09. Quando c'è una caduta di tensione, la macchina si arresta, perchè c'è un controllo elettronico. Qual è la probabilità che la macchina produca k viti, dopo che è stata messa in funzione?
4. Siano X, Y due v.a. indipendenti con la stessa distribuzione geometrica. Calcolare $P(X = Y), P(X \geq 2Y)$.
5. Se una segretaria fa in media 2 errori per pagina, qual è la probabilità che nella prossima pagina faccia almeno 5 errori?
6. La probabilità di centrare un bersaglio è 10^{-3} per ogni colpo. Qual è la probabilità di centrarlo con 2 o più pallottole, se il numero dei colpi sparati è 5000?
7. Un calcolatore è collegato ad una rete che permette l'accesso ad un massimo di 20 persone. Collegati a questa rete vi sono i terminali di 24 operatori, ognuno dei quali, ad un certo istante, richiede con probabilità $p = 0.6$ di essere connesso al calcolatore centrale. Qual è la probabilità che, ad un dato istante, la rete sia satura (cioè che tutti e 20 gli accessi siano utilizzati)?
8. Un collezionista ha già raccolto 60 delle 100 figurine di un album. Egli acquista una busta contenente 24 figurine (tutte diverse), tra le quali naturalmente ve ne possono essere alcune che già possiede. Qual è la probabilità che tra le figurine appena acquistate ve ne siano più (\geq) di 20 di quelle che già possiede?
9. Due urne A e B contengono:
 A : 1 pallina blu e 2 rosse
 B : 2 palline blu e 1 rossa
Inizialmente una delle urne viene scelta a caso e da essa vengono effettuate due estrazioni con rimpiazzo. Siano X e Y i risultati delle due estrazioni.
 - a) Qual è la probabilità che sia $X = b$?
 - b) Qual è la probabilità che sia $X = b$ e $Y = r$?
 - c) X e Y sono indipendenti?
10. n palline sono distribuite a caso in r scatole.
 - a) Qual è la probabilità che la scatola n. 1 contenga i palline?
 - b *) Qual è la probabilità che le scatole n. 1 e 2 contengano, rispettivamente, i e j palline?
11. Siano X_1, X_2, \dots, X_n v. a. indipendenti e di Bernoulli di parametro p . Posto $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, qual è la distribuzione condizionale di $X_i | S_n = r$?

- 12.** Un compilatore assegna ad ognuna delle variabili che intervengono in un programma una cella di memoria scegliendola a caso e in maniera indipendente da una variabile all'altra. In caso di conflitto (cioè se due variabili vengono assegnate alla stessa cella) l'operazione di assegnazione deve essere ripetuta. Se vi sono n celle di memoria e k variabili, qual è la probabilità che si verifichi un conflitto? Quanto vale questa probabilità per $n = 1000$ e $k = 25$? Si tratta di una probabilità grande?
- 13.** Una persona gioca al lotto i numeri 1, 2, 3. Per aiutare la fortuna nottetempo aggiunge all'urna tre palline supplementari con i numeri 1, 2, 3 (quindi nell'urna vi sono ora 93 palline). Qual è la probabilità che il trucco venga scoperto (cioè che vengano estratte almeno due palline con numeri uguali)?
- 14.** Un'urna contiene due carte: una di esse ha entrambi i lati neri, mentre l'altra ha un lato nero e uno bianco. Una carta viene estratta e se ne guarda uno solo dei lati: è nero. Qual è la probabilità che anche il secondo lato sia nero?
- 15.** Sia 0.8 la probabilità che un cittadino presti fede ad un'accusa di illecito imputata ad un amministratore pubblico. Si calcoli la probabilità che la settima persona che viene interpellata sia la quarta a crederci.
- 16.** Un ubriaco ha in tasca un mazzo di 8 chiavi tra cui vi è la sua chiave di casa. Giunto sulla soglia egli cerca di aprire la porta della sua abitazione con la seguente procedura: tenta con una chiave scelta a caso; se la chiave non è quella giusta, la ripone nel mazzo e ne sceglie ancora una a caso e così via fino ad individuare la chiave giusta. Calcolare la probabilità che la chiave giusta venga scelta al primo, al secondo e, in generale, al k -esimo tentativo.
- 17.** Una fabbrica produce componenti elettronici. Questi escono da due linee di produzione, A e B , nelle proporzioni del 30% e 70% rispettivamente. La linea A ha una percentuale di pezzi difettosi del 10%, contro il 17% per B .
- a) qual è la probabilità che un chip scelto a caso sia difettoso?
- b) i chips vengono venduti in confezioni di 10 pezzi, tutti prodotti dalla stessa linea. Una di queste viene ispezionata e risulta contenere un pezzo difettoso. Qual è la probabilità che essa provenga dalla linea A ? Qual è la probabilità che provenga dalla linea B ? Quale delle due eventualità è più probabile?
- 18.** Le carte di un mazzo vengono girate ad una ad una. Qual è la probabilità che il primo asso appaia alla k -esima carta? Qual è il valore di k più probabile?