## ANALISI MATEMATICA I/2 (Ingegneria Edile) a.a. 2001/2002 I prova scritta del 21/02/02

 $\mathbf{A}$ 

1. Discutere, al variare di  $\alpha \in \mathbf{R}$ , la convergenza dell' integrale improprio:

$$I(\alpha) \doteq \int_{\alpha}^{+\infty} \frac{\pi}{(x - \frac{1}{2})^{\alpha + 1}} dx$$

e calcolare I(1), se esso esiste finito.

2. Determinare l'intervallo di convergenza della serie di potenze, studiando anche la convergenza agli estremi dell'intervallo:

$$\sum_{n=5}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{\pi n}$$

**3.** Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{3(x^2+y^2)} & se\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & se(x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Studiare la continuitá, la derivabilitá e la differenziabilitá di f(x,y) in (0,0). Trovare, se esiste, l'equazione del piano tangente al grafico di f in (0,0,0), in un riferimento cartesiano ortogonale Oxyz.

4. Calcolare

$$\int \int_{E} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy$$

ove E é il quarto di cerchio di centro (0,0) e raggio 2 situato nel primo quadrante di un riferimento cartesiano ortogonale Oxy.

5. Discutere le relazioni esistenti tra la nozione di serie convergente e quella di serie assolutamente convergente, illustrando con degli esempi.