

Per l'esame completo : svolgere gli esercizi 1-2-3-4-5 (tempo 2:30 h)

Per la sola prima parte: esercizi 1-2-6 (tempo 2h)

Per la sola seconda parte: esercizi 3-4-5-7 (tempo 2h)

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cos(x + x^2)}{e^{-x} \ln(1 - 2x) + \sin 2x}.$$

2. Sia

$$f(x) = \ln(e^{2x} + e^{|x-1|}).$$

Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ specificando dominio, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, di flesso e di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della convessità.

3. Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \ln(x^2 - 2x + 2) dx.$$

4. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^\infty (2e^{ax} - 1) \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) dx.$$

5. Studiare, al variare del parametro $a > 0$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{n^a}\right)}{(\ln(n + e^n))^a}.$$

6. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\ln(2n + 3) - \ln(3n + 2) + \frac{2^{n+1} + 3^{n-1}}{2^n + 3^n} \right].$$

7. Determinare i numeri complessi z tali che

$$(z + 1)^4 = -\frac{2}{i}(\sqrt{3} + i).$$

Analisi Matematica I — Prova scritta del 18.II.2010 — Compito B

Per l'esame completo : svolgere gli esercizi 1-2-3-4-5 (tempo 2:30 h)

Per la sola prima parte: esercizi 1-2-6 (tempo 2h)

Per la sola seconda parte: esercizi 3-4-5-7 (tempo 2h)

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x/2} \operatorname{sen} x + \ln(1-x)}{x^3 e^{x+x^2}}.$$

2. Sia

$$f(x) = \ln(e^{2x} + e^{|x+1|}).$$

Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ specificando dominio, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, di flesso e di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della convessità.

3. Calcolare l'integrale

$$\int_1^2 \ln(x^2 - 4x + 5) dx.$$

4. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_1^\infty e^{ax}(e^{1/x} - 1) dx.$$

5. Studiare, al variare del parametro $a > 0$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n^a}\right)}{(\ln(n + e^{n^2}))^a}.$$

6. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[n]{n^2 + 1} + \frac{\ln(4n^3 + 1)}{\ln(8n^2 + 1)} \right].$$

7. Determinare i numeri complessi z tali che

$$(z + 1)^4 = \frac{2}{i}(\sqrt{3} - i).$$

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Analisi Matematica I — Prova scritta del 18.II.2010 — Compito C

Per l'esame completo : svolgere gli esercizi 1-2-3-4-5 (tempo 2:30 h)

Per la sola prima parte: esercizi 1-2-6 (tempo 2h)

Per la sola seconda parte: esercizi 3-4-5-7 (tempo 2h)

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - e^{x/2} \ln(1+x)}{x^3 \cos(x+x^2)}.$$

2. Sia

$$f(x) = \ln(e^{2x} + e^{|x-2|}).$$

Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ specificando dominio, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, di flesso e di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della convessità.

3. Calcolare l'integrale

$$\int_1^3 \ln(x^2 - 2x + 5) dx.$$

4. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{2e^{a/x} - 1}{\sin \sqrt{x}} dx.$$

5. Studiare, al variare del parametro $a > 0$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{n^a}\right)}{(\ln(n + e^{-n}))^a}.$$

6. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[n]{3n + n^7} - \ln(3n^2 - 7) + \ln(2n^2 + 8n) \right].$$

7. Determinare i numeri complessi z tali che

$$(z - 1)^4 = -\frac{2}{i}(\sqrt{3} + i).$$

Analisi Matematica I — Prova scritta del 18.II.2010 — Compito D

Per l'esame completo : svolgere gli esercizi 1-2-3-4-5 (tempo 2:30 h)

Per la sola prima parte: esercizi 1-2-6 (tempo 2h)

Per la sola seconda parte: esercizi 3-4-5-7 (tempo 2h)

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 e^{x+x^3}}{\ln(1+2x) - e^{-x} \operatorname{sen} 2x}$$

2. Sia

$$f(x) = \ln(e^{2x} + e^{|x+2|}).$$

Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$ specificando dominio, eventuali asintoti, monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, di flesso e di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della convessità.

3. Calcolare l'integrale

$$\int_{-3}^{-1} \ln(x^2 + 4x + 5) dx.$$

4. Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{e^{a/x}}{e^x - 1} dx.$$

5. Studiare, al variare del parametro $a > 0$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{n^a}\right)}{(\ln(e^n - e^{-n}))^a}.$$

6. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n^7 + 5^n}{n!} + \frac{n^3 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)}{\sqrt{n^4 - 2n} - n} \right].$$

7. Determinare i numeri complessi z tali che

$$(z - 1)^4 = \frac{2}{i}(\sqrt{3} - i).$$