

ANALISI MATEMATICA 1, a.a. 2009/2010

PROVA DI AUTOVALUTAZIONE DI FEBBRAIO 2010

1. Data la funzione:

$$f(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x}$$

studiarne l'andamento (trovare dominio, intersezioni con gli assi, intervalli di crescita e decrescenza, max e min relativi, concavità/convessità, eventuali flessi e asintoti).
Dopo aver tracciato il grafico di $f(x)$, tracciare anche quello di $|f(x)|$.

2. Calcolare il limite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/n^2 - \sin^2(1/n)}{\ln^2(\cos(\pi/n))}$$

3. Calcolare l'integrale:

$$\int_0^1 \frac{1}{1 + \sin x} dx$$

4. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la convergenza dell' integrale improprio:

$$\int_{-2\alpha}^{+\infty} \frac{\arctan(x^7 + 3)}{(x + 1)^\alpha(x + 2)} dx$$

5. Trovare per quali x la serie converge assolutamente e semplicemente:

$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(n+7)} \left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right)^n$$