ANALISI MATEMATICA 1 INGEGNERIA A.A. 2011-12
I prova di autovalutazione in itinere

A

1. (i) Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = 1 + xe^{-\frac{1}{x}}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Studiare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità di $f(x)$.
(ii) Tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Dire, **motivando la risposta**, se ciascuna delle seguenti successioni ammette limite per $n \to \infty$ e calcolarne il valore, se esiste; in caso contrario, studiare l'esistenza dei limiti di loro sottosuccessioni:

$$(i) \qquad a_n = \left(\frac{\pi + n}{n-7}\right)^{\frac{n}{2}+\sqrt{2}}$$

$$(ii) \qquad a_n = \frac{\sqrt{\pi \ln n}\ (2n+\sqrt{5})\cos(n\pi)}{3n-e}$$

3. Scrivere in ordine di infinitesimo crescente per $x \to 0^+$, le seguenti funzioni infinitesime, **motivando la risposta**:

$$f(x) = e^{2\sqrt{x}} - 1; \quad g(x) = e^{-7/\sqrt{x}}; \quad h(x) = (\sin x)^{1/3} \ln(1 + \arctan(x^{1/3}))$$

4. (i) Si consideri la funzione $f(x) = 3^{x^{1/3}} - 9 + \sqrt{x}$. Dopo averne trovato dominio e immagine, dire, **motivando la risposta**, se $f(x)$ è invertibile e, in caso affermativo, calcolare $f^{-1}(2\sqrt{2})$ e, se esiste, $(f^{-1})'(2\sqrt{2})$.
(ii) Provare che esiste un' **unica** $x \in (0,8)$ tale che $f(x) = 0$.

5. Calcolare:

$$\lim_{x\to 0^+} \left[\frac{\ln(1+2x^2+x^4)}{(1-\cos x)(1-\sin x)} + \frac{x^2+2}{x^{\ln x}}\right]$$

ANALISI MATEMATICA 1 INGEGNERIA A.A. 2011-12
I prova di autovalutazione in itinere

B

1. (i) Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = -2 - xe^{-\frac{1}{x}}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Studiare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità di $f(x)$.
(ii) Tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Dire, **motivando la risposta**, se ciascuna delle seguenti successioni ammette limite per $n \to \infty$ e calcolarne il valore, se esiste; in caso contrario, studiare l'esistenza dei limiti di loro sottosuccessioni:

$$(i) \qquad a_n = \left(\frac{e+n}{n+8}\right)^{\frac{n}{4}+\sqrt{3}}$$

$$(ii) \qquad a_n = -\frac{\sqrt{en}\ \ln(3n+7)\cos(n\pi)}{8\sqrt{n}+\pi}$$

3. Scrivere in ordine di infinitesimo decrescente per $x \to 0^+$, le seguenti funzioni infinitesime, **motivando la risposta**:

$$f(x) = \ln(\cos\sqrt{x}); \quad g(x) = e^{-\pi/x^{1/3}}; \quad h(x) = (\tan x)^{1/4}\ln(1+\arcsin(x^{1/4}))$$

4. (i) Si consideri la funzione $f(x) = -3x^{1/4} + 6 - 2x^{1/3}$. Dopo averne trovato dominio e immagine, dire, **motivando la risposta**, se $f(x)$ è invertibile e, in caso affermativo, calcolare $f^{-1}(-2^{7/3})$ e, se esiste, $(f^{-1})'(-2^{7/3})$.
(ii) Provare che esiste un' **unica** $x \in (0, 16)$ tale che $f(x) = 0$.

5. Calcolare:

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\frac{\ln(1+2x^2+x^4)}{(1-\cos x)(1-\sin x)} + \frac{x^2+2}{x^{\ln x}}\right]$$

ANALISI MATEMATICA 1 INGEGNERIA A.A. 2011-12
I prova di autovalutazione in itinere

C

1. (i) Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = 2 + xe^{-\frac{1}{x}}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Studiare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità di $f(x)$.
(ii) Tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Dire, **motivando la risposta**, se ciascuna delle seguenti successioni ammette limite per $n \to \infty$ e calcolarne il valore, se esiste; in caso contrario, studiare l'esistenza dei limiti di loro sottosuccessioni:

$$(i) \qquad a_n = \left(\frac{n+e}{n-7}\right)^{\frac{\sqrt{n}}{4}+3}$$

$$(ii) \qquad a_n = -\frac{\sqrt{2\pi \ln n}\,(7n-\sqrt{6})\cos(n\pi)}{9n+7e}$$

3. Scrivere in ordine di infinitesimo crescente per $x \to 0^+$, le seguenti funzioni infinitesime, **motivando la risposta**:

$$f(x) = [1-\cos(x^{1/3})]/4; \quad g(x) = x^{1/3}\ln(\cos(x^{1/3})); \quad h(x) = e^{-2/x^{1/4}}$$

4. (i) Si consideri la funzione $f(x) = 2^{x^{1/2}} - 4 + x^{1/4}$. Dopo averne trovato dominio e immagine, dire, **motivando la risposta**, se $f(x)$ è invertibile e, in caso affermativo, calcolare $f^{-1}(\sqrt{2})$ e, se esiste, $(f^{-1})'(\sqrt{2})$.
(ii) Provare che esiste un' **unica** $x \in (0,4)$ tale che $f(x) = 0$.

5. Calcolare:

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\frac{\ln(1+2x^2+x^4)}{(1-\cos x)(1-\sin x)} + \frac{x^2+2}{x^{\ln x}}\right]$$

ANALISI MATEMATICA 1 INGEGNERIA A.A. 2011-12
I prova di autovalutazione in itinere

D

1. (i) Studiare e disegnare il grafico della funzione:

$$f(x) = -e - xe^{-\frac{1}{x}}$$

trovando eventuali punti di massimo, di minimo, di flesso, asintoti. Studiare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità di $f(x)$.
(ii) Tracciare il grafico di $g(x) = |f(x)|$.

2. Dire, **motivando la risposta**, se ciascuna delle seguenti successioni ammette limite per $n \to \infty$ e calcolarne il valore, se esiste; in caso contrario, studiare l'esistenza dei limiti di loro sottosuccessioni:

$$(i) \qquad a_n = \left(\frac{\pi + n}{n+9}\right)^{2\sqrt{n}+11}$$

$$(ii) \qquad a_n = \frac{\sqrt{3e\sqrt{n}}\,\ln(n-\pi)\cos(n\pi)}{n^{1/5} + \sqrt{3}}$$

3. Scrivere in ordine di infinitesimo decrescente per $x \to 0^+$, le seguenti funzioni infinitesime, **motivando la risposta**:

$$f(x) = e^{-8/\tan x}; \quad g(x) = e^{7\sqrt{x}} - 1; \quad h(x) = (\tan x)^{1/8}\ln(1 + \sin(x^{1/8}))$$

4. (i) Si consideri la funzione $f(x) = -3x^{1/3} + 6 - \sqrt{x}$. Dopo averne trovato dominio e immagine, dire, **motivando la risposta**, se $f(x)$ è invertibile e, in caso affermativo, calcolare $f^{-1}(-2\sqrt{2})$ e, se esiste, $(f^{-1})'(-2\sqrt{2})$.
(ii) Provare che esiste un' **unica** $x \in (0, 8)$ tale che $f(x) = 0$.

5. Calcolare:

$$\lim_{x\to 0^+}\left[\frac{\ln(1 + 2x^2 + x^4)}{(1-\cos x)(1-\sin x)} + \frac{x^2+2}{x^{\ln x}}\right]$$