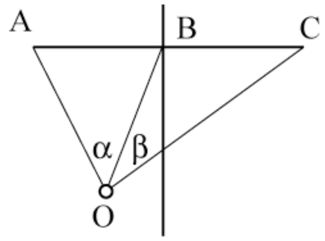
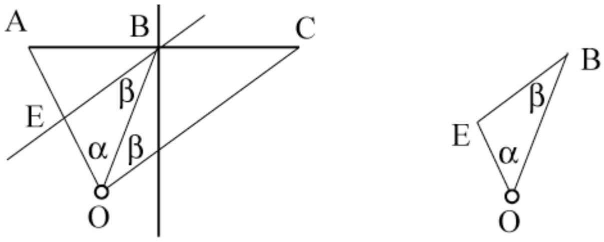
Lo studente **Michele Apa** della classe **IIIA** del Liceo Classico Foscolo di Albano ha trovato due modi diversi per dimostrare il teorema 4 dell'ottica di Euclide nel caso generale.

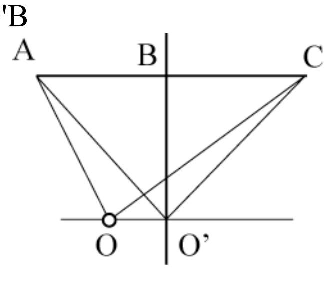
Il teorema 4 dell'Ottica di Euclide afferma che due o più segmenti uguali e adiacenti su una stessa retta sono visti, qualunque sia la posizione O dell'occhio in modo diverso: il segmento più vicino all'occhio è visto più grande.



Nella figura i due segmenti AB e BC sono i due segmenti uguali (basta ovviamente ridursi al caso di due segmenti) e si deve dimostrare che se il punto O è più vicino al segmento AB, allora AB è visto più grande di BC, cioè l'angolo visivo α =AOB è maggiore dell'angolo visivo β =BOC.
Si osserva che (per come è stata definita la distanza di un punto da un segmento) O è più vicino al segmento AB se e solo se si trova nel semipiano sinistro (quello che contiene AB). Euclide, per dimostrare il teorema, considera la parallela BE alla retta OC



In questo modo gli angoli da confrontare sono dentro lo stesso triangolo OEB e quindi (dato che ad angolo maggiore si oppone lato maggiore e vicerversa) $\alpha > \beta$ se e solo se EB > EO. Ma essendo per ipotesi AB=BC, per il teorema di Talete, EO=EA e quindi basta dimostrare che EB > EA o, equivalentemente, guardando al triangolo EAB, che l'angolo EAB è maggiore dell'angolo ABE . La cosa è ovvia se l'angolo EAB è ottuso o retto (caso considerato da Euclide) perchè in questo caso tale angolo è comunque maggiore dell'angolo EBA. Resta dunque il caso in cui il punto O si trova nella striscia di piano individuata dal segmento AB.
In questo caso Michele Apa osserva che basta dimostrare che OA < OC perché questi due segmenti sono il doppio di EA e EB rispettivamente. Per fare questo Michele suggerisce due strade
I dimostrazione
Si costruisce il triangolo isoscele AO'B



e si osserva che essendo O a sinistra di O' (perché per ipotesi O è più vicino ad AB) il lato AO' è interno all'angolo OAB e quindi, essendo il tutto maggiore della parte l'angolo OAC è maggiore dell'angolo O'AC che è uguale all'angolo ACO' il quale per la stessa ragione è maggiore dell'angolo ACO. In definitiva

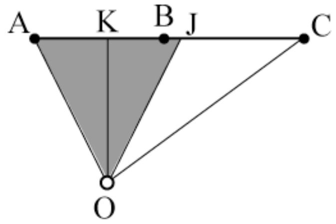
OAC > O'AC = ACO '> ACO

e quindi OAC > ACO e di conseguenza OA < OC

c.v.d.

II dimostrazione

Si costruisce il triangolo isoscele AOJ come in figura : OA=OJ.



Poiché O è più vicino ad AB per ipotesi il punto K dove l'altezza OK incontra la base, si trova sul segmento AB e quindi, essendo AK=KJ e AB=BC, il punto J sul segmento AC. Dato che gli angoli uguali di un triangolo isoscele devono essere acuti, l'angolo CJO deve essere ottuso e quindi, considerando il triangolo OJC, maggiore dell'angolo JCO. Ne segue quindi che il lato OC è maggiore del lato OJ che è uguale a OA. In definitiva OC > OA

c.v.d